»Srečanje mladih raziskovalcev Slovenije 2006/2007«

Merjenje geografske širine z opazovanjem časa zahajanja Sonca

Raziskovalno področje: fizika, astronomija

Raziskovalna naloga

II. gimnazija Maribor,
Trg Miloša Zidanška 1, 2000 Maribor

Avtor: Teo Močnik
Mentor: Gorazd Žiberna

Maribor, 22. 1. 2007

Kazalo

Povzetek

V svoji raziskovalni nalogi sem predstavil povezavo med časom zahajanja Sonca in geografsko širino. S pomočjo teleskopa sem projiciral sliko Sonca na zaslon in izmeril čas zahajanja preko navpične ravnine. Dobljeni čas sem nato preko spleta enačb pretvoril v geografsko širino opazovališča, pri čemer sem razpolagal s podatki Sončeve deklinacije. Pri pretvarjanju meritev časa zahajanja v geografsko širino sem potreboval Sončev zorni kot, ki sem ga najprej izmeril in nato še, s pomočjo osnovnih podatkov o Soncu (premer, oddaljenost), izračunal. Zaradi lažje dostopnosti teh podatkov sem meritve časov zahajanja Sonca opravil ob jesenskem enakonočju (23. 9.) in ob periheliju (3. 1.). 3. 1. sem poleg navpične ravnine izmeril še čas zahajanja za ravnino, ki je pravokotna na smer gibanja Sonca. Tako sem lahko izračunal geografsko širino brez poznavanja deklinacije Sonca. V tej RN je torej predstavljena metoda, s pomočjo katere v poljubnem dnevu leta izračunamo geografsko širino opazovališča.

1. Uvod

V svoji raziskovalni nalogi (RN) želim predstaviti metodo natančnega merjenja časa zahajanja Sonca in enačbo, preko katere se v poljubnem dnevu leta da izračunati geografsko širino kraja, kjer smo odmerili čas.

Teoretično je vseeno, ali čas zahajanja merimo preko vodoravne ravnine (matematični horizont) ali preko navpične ravnine (stena hiše, drog,…). Ker pa se obzorje le redko pokrije z matematičnim horizontom, je merjenje časa zahajanja Sonca za steno ali drog veliko natančnejše. Še pred meritvijo sem predpostavljal, da bom dobil pri merjenju časa zahajanja Sonca preko nekoliko vbočenih daljnovodnih žic nenatančen čas zahajanja in posledično netočno geografsko širino. Kasneje sem izmeril še natančnejši čas zahajanja preko navpične ravnine. Zaradi pomanjkanja literature sem želel raziskati tudi vpliv loma svetlobe na čas zahajanja Sonca. Pri tej temi sem predpostavljal, da se čas ne podaljša, če se le ne spremenijo atmosferski dejavniki. V tej RN sem preizkusil metode merjenja geografske širine in predstavil dobljene rezultate.

2. Metodologija

2.1. Vrtenje neba

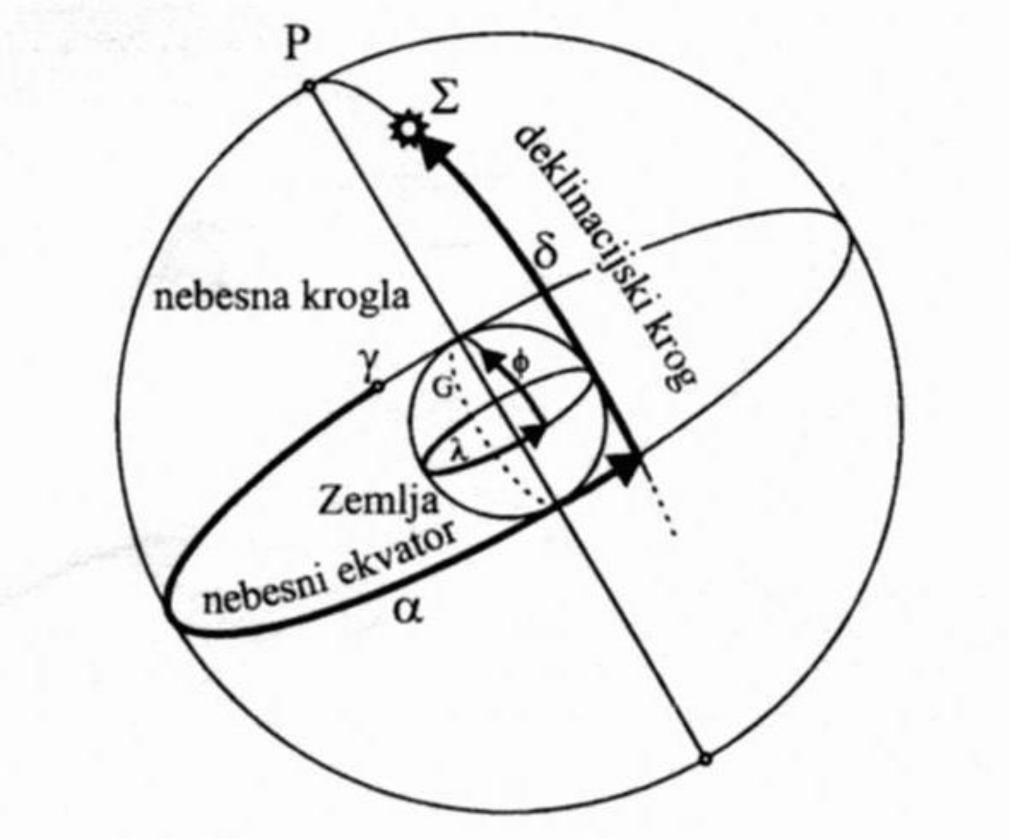
Naše nebo (sfero) si predstavljamo kot ogromno kroglo, neskončnega polmera, katere center predstavlja središče naše Zemlje. Na to nebo so pritrjena različna nebesna telesa (zvezde, planeti, Luna, Sonce, meglice,…). Nebo pa se skupaj z vsemi temi nebesnimi telesi zaradi rotacije Zemlje nenehno vrti. Za večino nebesnih teles lahko rečemo, da so pripeta na sfero. »Pripetost« pomeni, da nek objekt, kot je zvezda, v določenem času na nebu opiše kot α, kakršnega določa kotna hitrost vrtenja neba. Seveda vsi objekti niso pripeti. V splošnem velja, da moramo pri objektih znotraj našega osončja upoštevati še njihovo dejansko gibanje v prostoru okoli Sonca in/ali planetov. Objekti izven našega osončja so dovolj oddaljeni, da lahko njihovo lastno gibanje na kratek rok zanemarimo. Tako je njihov kot, ki ga v nekem času opišejo, odvisen le od njihove deklinacije (oddaljenosti on nebesnega ekvatorja, merjeni v stopinjah). Velja torej, da vsi pripeti objekti z isto deklinacijo na nebu prepotujejo enako navidezno pot.

Položaje objektov na nebu podajamo s koordinatama horizontskega koordinatnega sistema. Sistem je sestavljen iz dveh krožnic: iz horizonta in meridijana. Izhodišče tega koordinatnega sistema je v južišču – točka na horizontu na jugu. Ko se po horizontu pomikamo proti zahodu narašča azimut (0˚ – 360˚), če pa se objekt nahaja nad ali pod (matematičnim) horizontom ima tudi določeno višino, merjeno v stopinjah. Južišče ima tako azimut, kot tudi višino enako 0˚, medtem ko meri azimut Severnice približno 180˚, njena višina pa je enaka geografski širini opazovališča. Za vse naravne objekte (torej ne za morebitne geostacionarne satelite) velja, da se jim azimut in višina nenehno spreminjata. Vseeno pa za posamezne objekte na stalnem opazovališču veljajo določene omejitve. Tako se Sonce nikoli ne dvigne na višino nad 90º - φ + δ. V Mariboru je na primer višina Sonca vedno manjša od 67˚, ki jo Sonce doseže ob poletnem solsticiju.

2.2. Ekvatorski koordinatni sistem

Za popolno razumevanje gibanja Sonca in posledično raziskovalne naloge, moramo spoznati ekvatorski koordinatni sistem. Lego kraja na Zemlji določata dva podatka: zemljepisna dolžina in zemljepisna širina. Zemljepisno dolžino merimo od začetnega (Greenwiškega) meridiana (poldnevnika), širino pa od Zemljinega ekvatorja. Zemljepisna dolžina Maribora je $15^{o}40'$ vzhodno od Greenwicha (E), zemljepisna širina pa + $46^{o}33'$ severno od ekvatorja (N). Zemljo si predstavljajmo prepredeno z mrežo poldnevnikov in vzporednikov. Če to mrežo preslikamo na nebesno kroglo, kamor projiciramo vesoljska telesa, dobimo nebesno koordinatno mrežo. Zemljinemu ekvatorju ustreza nebesni ekvator, Zemljinim meridianom pa deklinacijski krogi (glej sliko 1). Lego vesoljskega telesa na nebesni krogli določata dve nebesni koordinati: rektascenzija (α) in deklinacija (δ).

Poznamo več vrst nebesnih koordinatnih sistemov. Sistem, ki je sestavljen iz rektascezije in deklinacije, imenujemo ekvatorski koordinatni sistem.



λ – zemljepisna dolžina, φ – zemljepisna širina

G – Greenwich, skozi katerega poteka začetni poldnevnik (meridian) in od koder merimo zemljepisno dolžino

α – rektascenzija, δ – deklinacija, γ – točka gama (pomladišče)

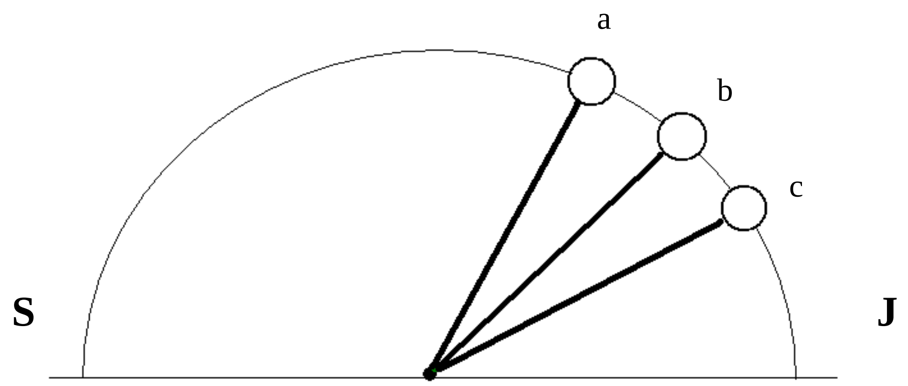
Slika 1: Primerjava ekvatorskega koordinatnega sistema na nebesni krogli in koordinatnega sistema na Zemlji. (vir: http://www2.arnes.si/~gljsentvid10/se_koo.html)

V tem primeru govorimo o navidezni legi. Pravo (dejansko) lego telesa v prostoru sicer določa še tretji podatek, to je razdalja ali oddaljenost telesa od nas, ki pa nas v našem primeru ne zanima. Deklinacija je podobna zemljepisni širini, rektascenzija pa zemljepisni dolžini. Deklinacijo merimo od nebesnega ekvatorja do severnega (od 0^o do $+90^o$) in južnega (od 0^o do -90^o) nebesnega pola. Severna deklinacija je pozitivna, južna pa negativna. Rektascenzijo pa merimo od deklinacijskega kroga, ki gre skozi točko γ (pomladišče). To je točka na nebesnem ekvatorju, v katero pride Sonce pri svojem navideznem letnem gibanju ob spomladanskem enakonočju, okoli 21. marca. Rektascenzijo ponavadi povemo v časovnih enotah od 0 ur do 24 ur (eni uri ustreza 15^o, štirim minutam torej ena ločna stopinja).

Če bi več zvezd imelo enako deklinacijo, toda različno rektascenzijo, bi vse zvezde kulminirale na isti višini, vendar v različnih časih. Istočasno kulminirajo le zvezde z enako rektascenzijo. Nebesno telo se nahaja v zgornji kulminaciji, ko je najvišje nad obzorjem. Ravno obratno pa se objekt nahaja v spodnji kulminaciji, ko je najnižje nad obzorjem ali pod obzorjem. Kulminacija je torej prehod nebesnega telesa čez krajevni meridian ali poldnevnik. Ker Sonce nima stalne rektascenzije, lahko napovemo točni kulminaciji le ob obeh enakonočjih. Takrat doseže Sonce največji višinski kot točno opoldne, ko prečka nebesni meridian. Zgornjo kulminacijo Sonca sem ob jesenskem enakonočju med drugim lahko izkoristil za precej nenatančno določitev zemljepisne širine (poglavje Merjenje zemljepisne širine z opazovanjem dolžine sence).

2.3. Gibanje Sonca

Za vse zvezde v splošnem velja, da imajo konstantne vrednosti deklinacije in rektascenzije. Seveda se zaradi precesije (opletanje vrtilne osi Sonca zaradi zunanjega navora) in zaradi lastnega gibanja zvezd vrednosti malenkostno spreminjajo. Pri Soncu ni tako. Sončeva rektascenzija in deklinacija se spreminjata dnevno. Spreminjanje rektascenzije je posledica razlike med zvezdnim (23h 56min 4s) in Sončevim dnem (24h). Rektascenzija se tako vsak dan poveča za približno 4 min. Deklinacija pa se spreminja (graf 1) zaradi nagnjenosti Zemljine rotacijske osi za 23,5º. Sonce ima poleti (ob poletnem solsticiju, okoli 21. 6.) deklinacijo +23,5º, pozimi (ob zimskem solsticiju, okoli 21. 12.) pa –23,5º. Okoli 21. 3. in 23. 9. Sonce prečka nebesni ekvator. Takrat je Sončeva deklinacija enaka 0º, zaradi česar je dolžina dneva enaka dolžini noči – enakonočje.



Slika 2: Položaji Sonca: a poletni, c zimski solsticij, b ob enakonočju.

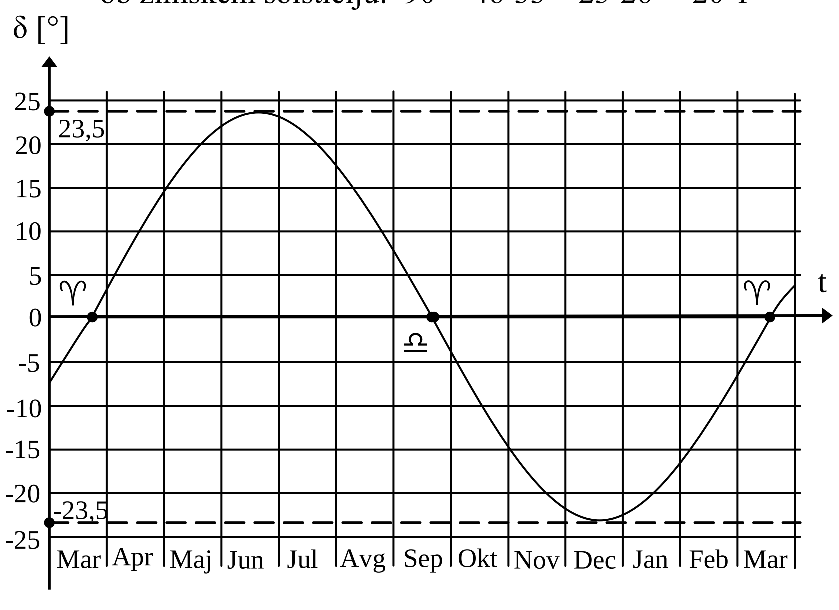
Za Maribor z geografsko širino 46º33', bi višinski kot Sonca ob zgornji kulminaciji znašal:

$$h = 90^\circ - \varphi + \delta$$

ob enakonočju: $90^\circ - 46^\circ 33' + 0^\circ = 43^\circ 27'$

ob poletnem solsticiju: $90^\circ - 46^\circ 33' + 23^\circ 26' = 66^\circ 53'$

ob zimskem solsticiju: $90^\circ - 46^\circ 33' - 23^\circ 26' = 20^\circ 1'$



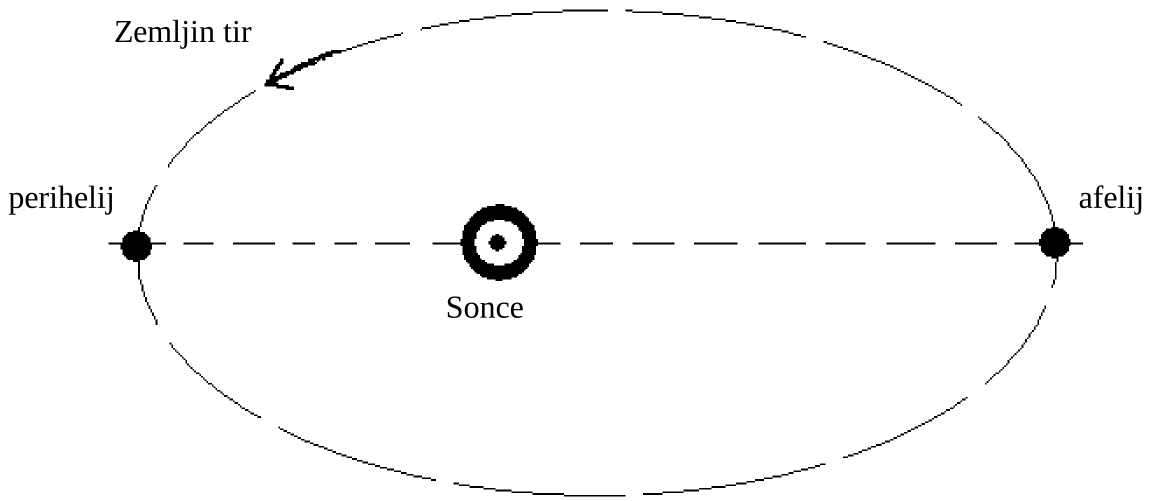
Graf 1: Deklinacija Sonca v odvisnosti od časa. Ob začetku poletja je deklinacija največja, najmanjša pa ob začetku zime. 0˚ znaša, ko Sonce pride v pomladišče (♈) oz. jesenišče (♎).

Če bi vsak dan opazovali točke, preko katerih Sonce vzhaja, bi ugotovili, da se vzhodišče in zahodišče (točki, kjer Sonce vzide oz. zaide) čez leto spreminjata. Sonce bo vzšlo natančno na vzhodu, oziroma zašlo na zahodu samo dvakrat na leto. To se zgodi ob obeh enakonočjih, ko je δ Sonca 0°. Če poznamo točko, kjer se Sonce nahaja ob pomladnem enakonočju, poznamo tudi pomladišče. Sonce pa zaradi svojega navideznega gibanja po ekliptiki seveda ne ostane v pomladišču, pač pa se v pomladišču stalno nahaja kaka zvezda. Takšna zvezda vzide na vzhodu v trenutku, ko Sonce zaide ob jesenskem enakonočju.

Ni težko ugotoviti tudi dejstva, da časovna sprememba višine *dh/dt* ni konstantna. Ekstremni vrednosti doseže ob prehodu zvezde (Sonca) čez glavni krog na nebesni sferi, ki gre skozi vzhodišče, zenit in zahodišče. Pri prehodu zvezde čez ta krog na vzhodni strani neba se višina h najhitreje veča, pri prehodu na zahodni strani neba, pa se najhitreje manjša. To krožnico prečkajo le zvezde, ki kulminirajo med zenitom in nebesnim ekvatorjem. Pri zvezdah z deklinacijo manjšo od 0º višina najhitreje narašča pod horizontom (h < 0º). Enako je s Soncem med 23. 9. in 21. 3., kadar ima Sonce negativno deklinacijo. Zaradi spreminjajoče se časovne spremembe višine moramo vzhajanje oz. zahajanje Sonca opazovati tik nad horizontom.

2.4. Zorni kot Sonca

Kot je dokazoval Kepler s svojim prvim Keplerjevim zakonom, se Zemlja ne giblje okoli Sonca po krožnici, temveč po elipsi. Če bi bila Zemljina revolucija (tir nekega telesa okoli zvezde) krožnica, bi bilo Sonce vedno enako oddaljeno od Zemlje. Ker pa je tir podoben elipsi, katere gorišče zapolnjuje Sonce, se oddaljenost skozi leto spreminja (slika 3). Zemlja se Soncu najbolj približa v periheliju (3. 1.), ko znaša razdalja 147 100 000 km in najbolj oddalji v afeliju (3. 7.) na 152 100 000 km. Povprečna oddaljenost pa znaša 149 597 870 km, katere vrednost pogosto imenujemo astronomska enota. Ker se razdalja med Zemljo in Soncem ves čas spreminja, se spreminja tudi Sončev zorni kot.



Slika 3: Tir Zemlje okoli Sonca. (Opomba: Za boljšo ponazoritev je tir pretirano sploščen.)

Sončev zorni kot se torej zaradi eliptičnega tira Zemlje okoli Sonca nenehno spreminja. Ker bom kasneje v svojih izračunih potreboval zorni kot, bom predstavil metodi, s katerima pridemo do Sončevega zornega kota.

Če razpolagamo s podatki oddaljenosti Sonca in njegovega premera, zornega kota ni težko izračunati:

$\alpha = 2 \arctan (r/d)$ pri čemer je: α zorni kot Sonca
r polmer Sonca
d oddaljenost Sonca

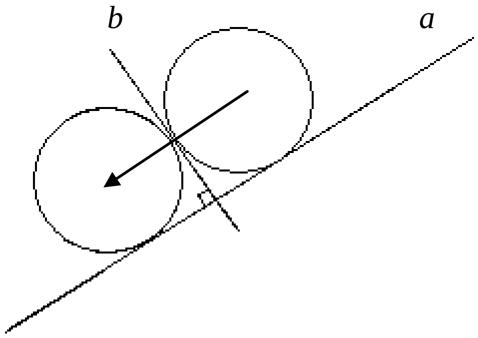
Obstaja pa način, kako lahko brez teh podatkov v poljubnem dnevu leta zorni kot tudi izmerimo. Zaradi navideznega vrtenja neba Sonce opiše v času *t* kot

$$\alpha = \omega\, t \cos \delta \qquad (1)$$

V tem primeru je $\omega = 15^{\circ}/\mathrm{h} = 15'/\mathrm{min} = 15''/\mathrm{s}$ kotna hitrost navideznega vrtenja neba, δ pa je deklinacija središča Sonca, ki jo lahko najdemo v astronomskih efemeridah. Ena izmed takšnih publikacij je Naše nebo. Zorni kot Sonca ugotovimo tako, da izmerimo čas *t*, v katerem slika Sonca prečka svoj premer.

Ker predvidevam, da bralec te raziskovalne naloge pozna osnove rokovanja s teleskopom, bom nekatere podrobnosti izpustil. Sončev premer lahko izračunamo iz časa, ki ga Sonce potrebuje, da prečka svoj premer. Ta čas najlažje izmerimo, če opazujemo sliko Sonca, ki zahaja za ravnino, ki je pravokotna na Sončevo navidezno smer na nebu. Takšno ravnino lahko narišemo sami.

Preden karkoli sploh merimo, moramo Sonce ujeti v objektiv in sliko projicirati na zaslon. Jaz sem za zaslon uporabil slikarsko stojalo, na katerega sem pritrdil belo platno. Sliko izostrimo, da postane rob slike Sonca oster. Pri izostritvi si lahko pomagamo tudi z morebitnimi Sončevimi pegami. Ko je slika izostrena, bi smer gibanja slike Sonca (premica *a* na sliki 4) najlažje narisali, če bi bila rektascenzijska os teleskopa poravnana s polarno osjo, pri čemer bi si morali pomagati s kompasom in poznano geografsko širino. Ker iz naslova te RN izhaja, da ne poznamo geografske širine, se moramo zadovoljiti z opazovanjem počasnega gibanja slike Sonca na zaslonu. Premico *a* dobimo, če vsakih nekaj minut na zaslonu narišemo najnižjo točko premikajoče se slike Sonca in točke povežemo v premico, pri čemer seveda ne smemo premikati teleskopa. Narisana premica predvideva smer gibanja slike Sonca. Nekje na tej premici narišemo pravokotnico *b*, ki je sedaj pravokotna na smer gibanja slike Sonca (slika 4). Sliko premaknemo pred premico *b* in čakamo, da se je slika dotakne. S štoparico izmerimo čas med prvim in zadnjim stikom slike s premico *b*. Pri pravilni postavitvi teleskopa in ob natančnem risanju premic, bi se slika Sonca morala premikati vzdolž premice *a*. Napravimo čim več meritev in izračunamo povprečno vrednost za *t*. Nato dobljeni povprečni *t* vstavimo v že omenjeno enačbo (1), v kateri bo kot α istočasno zorni kot Sonca.



Slika 4: Slika Sonca na zaslonu mirujočega teleskopa pred in po zahajanju za ravnino, ki je pravokotna na smer gibanja Sonca. Puščica kaže smer gibanja slike Sonca. Slika je zrcaljena preko navpične osi namenoma, saj se z enakim pojavom srečamo tudi pri Newtonovih zrcalnih teleskopih**.**

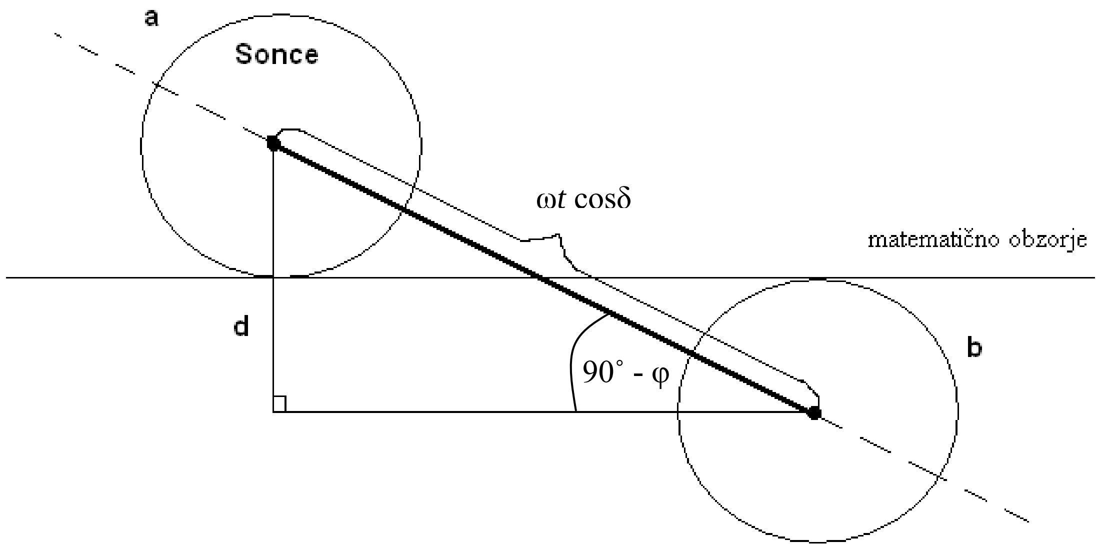
2.5. Določitev zemljepisne širine z izmerjenim časom zahajanja Sonca

Sonce ni točkasto svetilo, kakor so na primer zvezde, ki zaidejo v trenutku, ampak je razsežno vesoljsko telo. S površja Zemlje je vidno v zornem kotu približno 0,5º. Zato Sonce ne zaide v trenutku. Nekaj časa zahaja, šele nato zaide.

Sonce zahaja od trenutka, ko se navidezno dotakne vodoravne ravnine (matematičnega obzorja) do trenutka, ko za njo izgine. V tem času t središče Sonca opiše na nebu kot $\omega t \cos \delta$, če je δ deklinacija Sonca (natančneje njegovega središča), ω = 15°/h = 15'/min pa kotna hitrost navideznega vrtenja neba. Po sliki 5 ugotovimo, da velja zveza

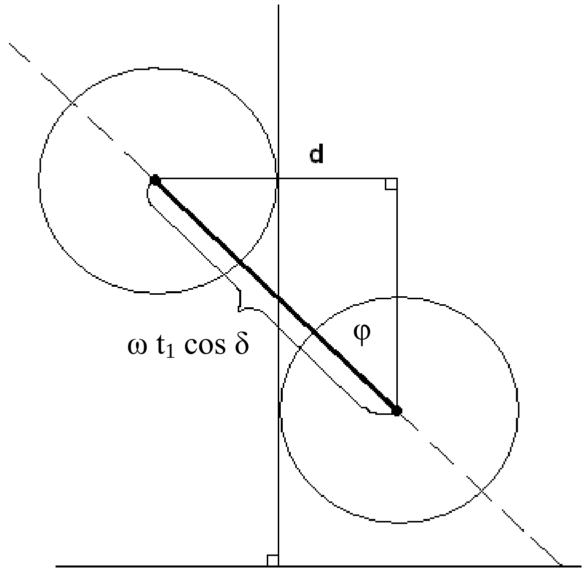
$$\cos \varphi = d/\omega t \cos \delta \qquad (2)$$

Če izmerimo čas zahajanja Sonca za vodoravno ravnino, deklinacijo δ in zorni kot d Sonca pa vzamemo iz astronomskih efemerid, lahko iz te enačbe določimo zemljepisno širino φ v poljubnem dnevu leta.



Slika 5: Navidezna pot Sonca na zahodu. Pozicija a ob začetku zahajanja, b v trenutku zaida. Sonce v času zahajanja t na nebu opiše kot ωt cosδ, višinski kot pa se zmanjša za d.

V praksi težko dosežemo, da se vidno obzorje pokrije z matematičnim. Četudi bi to uspelo, bi lahko prišlo pri merjenju časa do napake več sekund, kar bi poslabšalo natančnost določitve zemljepisne širine. Boljše rezultate dobimo, če merimo čas zahajanja t_1 Sonca za navpično ravnino, na primer za steno oddaljene hiše ali za drog. Seveda mora biti Sonce blizu obzorja.



V tem primeru (slika 6) določimo φ iz zveze

$$\sin \varphi = d/\omega t_1 \cos \delta \qquad (3)$$

Ker velja

$$d = \omega t_2 \cos \delta \qquad (4)$$

sledi

$$\sin \varphi = t_2/t_1, \qquad (5)$$

če je t_2 čas zahajanja Sonca za steno, ki je pravokotna na smer njegovega dnevnega gibanja.

Slika 6: Zahajanje Sonca za navpično ravnino.

Ker lahko t_2 določimo na način, ki je opisan v poglavju Zorni kot Sonca, pri računanju φ-ja po enačbi 5 sploh ne potrebujemo efemerid. Merimo le časa t_1 in t_2.

Včasih slišimo, da je čas zahajanja (vzhajanja) Sonca odvisen od naklonskega kota dnevne poti Sonca k matematičnem obzorju, da je pozimi naklonski kot manjši kakor poleti in da zato pozimi Sonce dalj časa zahaja kakor poleti. To seveda ne drži. Naklonski kot navidezne dnevne poti Sonca k obzorju se med letom ne spreminja in je 90˚ - φ. Drži pa, da nam je pozimi Sonce bližje kot poleti in ga zato vidimo pod večjim zornim kotom. Zato pozimi zahaja nekoliko dalj časa kot poleti.

Na začetku se omejimo na idealni primer, da Sonce zahaja za morsko gladino, to je za vodoravno ravnino oziroma idealni matematični horizont. Najprej obravnavajmo zahajanje Sonca v krajih na Zemljinem ekvatorju. V teh krajih Sonce zahaja vedno navpično za idealno obzorje. Za zdaj še privzemimo, da je med letom zorni kot Sonca α = 0,5˚ konstanten, kar seveda še zdaleč ni res. Čas zahajanja Sonca za obzorje je čas t, v katerem Sonce preide svoj navidezni premer oziroma zorni kot $\alpha = \omega t \cos \delta$, kjer je vrednost kotne hitrosti vrtenja Zemlje znana in znaša 15'/min, δ pa je deklinacija Sonca ob času zahajanja ali kar deklinacija Sonca tistega dne, ko opazujemo zahajanje. Za kraje na ekvatorju je čas zahajanja Sonca splošno:

$$t = \alpha/\omega \cos \delta \rightarrow t = 0{,}5°/(0{,}25° \text{min}^{-1} \cos \delta) = 2 \text{ min}/\cos \delta)$$

ob zimskem solsticiju: t = 2 min/cos (-23.5°) = 2,2 min
ob enakonočju: t = 2 min/cos 0° = 2 min
ob poletnem solsticiju: t = 2 min/cos (23,5°) = 2,2 min

Zdaj pa poglejmo, kolikšen je čas zahajanja Sonca v krajih z geografsko širino φ > 0. Še vedno vzemimo, da je zorni kot Sonca konstanten. Čas zahajanja Sonca za vodoravno ravnino je daljši kakor na ekvatorju, splošno pa je:

$$t = 2 \text{ min}/(\cos \delta \cdot \cos \varphi) \qquad (6)$$

V naših krajih (φ = 46˚) je torej čas zahajanja Sonca:

ob zimskem solsticiju: t = 2 min/(cos (-23.5°) · cos 46°) = 3,1 min
ob enakonočju: t = 2 min/(cos 0° · cos 46°) = 2,9 min
ob poletnem solsticiju: t = 2 min/(cos (23,5°) · cos 46°) = 3,1 min.

Zaradi spreminjanja razdalje med Soncem in Zemljo zorni kot Sonca ni konstanten. Spreminja se od 31,5' (poletni solsticij) do 32,5' (zimski solsticij), v povprečju pa meri 32,0' in ne 0,5˚ = 30'. Poglejmo še čase zahajanja Sonca v krajih z geografsko širino 30˚, 45˚, (v Mariboru 46,5˚) in 60˚, če upoštevamo spremenljiv zorni kot Sonca (tabela 1).

Položaji Zemlje glede na Sonce	geografska širina				
	$\varphi = 0˚$	$\varphi = 30˚$	$\varphi = 45˚$	$\varphi = 46{,}5˚$	$\varphi = 60˚$
perihelij 3. 1. $\alpha = 32{,}5'$ $\delta = -22˚51'$	2 min 21 s	2 min 43 s	3 min 19 s	3 min 21 s	4 min 42 s
enakonočje 20. 3. in 23. 9. $\alpha = 32'$ $\delta = 0˚$	2 min 8 s	2 min 28 s	3 min 1 s	3 min 6 s	4 min 16 s
afelij 3. 7. $\alpha = 31{,}5'$ $\delta = 22˚59'$	2 min 17 s	2 min 38 s	3 min 14 s	3 min 19 s	4 min 34 s

Tabela 1: Čas zahajanja Sonca za idealno (matematično) obzorje.
(Opombi: Vsi navedeni datumi in deklinacije Sonca sicer veljajo za leto 2006, vendar se spreminjajo iz leta v leto. Vrednosti δ sem našel v publikaciji Naše nebo 2006.)

Razlika med najdaljšim in najkrajšim časom zahajanja Sonca je malo manj kot četrt minute. Čas zahajanja Sonca je odvisen od več dejavnikov, vendar najbolj od našega φ-ja. Zanimivo je, da lahko zahajanje Sonca za vodoravno ravnino uporabimo za meritev geografske širine. V obrazcu za čas zahajanja Sonca (6) se namreč skriva geografska širina. Metodo meritev lahko izdelamo z opazovanjem s prostim očesom ali pa z natančnejšimi optičnimi napravami, kot sta daljnogled in teleskop. Zelo zanimivo je pogledati natančnost meritve po tej metodi. Pri konstantnih α, ω in δ, torej pri opazovanjih v istem dnevu, dobimo:

$$\cos\varphi = d/\omega t \cos\delta = c/t \qquad \text{če je } c = d/(\omega \cos\delta) \text{ in ima konstantno vrednost}$$

To enačbo najprej logaritmiramo, nato pa diferenciramo:

$$\log(\cos\varphi) = \log(\text{konstanta}) - \log t$$

$$d(\cos\varphi)/\cos\varphi = - dt/t \qquad \text{če je } d \text{ absolutna napaka}$$

$$- \sin\varphi \, d\varphi/\cos\varphi = - dt/t$$

$$\tan\varphi \, d\varphi = dt/t$$

Vzemimo, da opravljamo meritve na geografski širini φ = 45˚ (približno v naših krajih). Sledi

$$d\varphi = dt/t$$

saj je tan 45˚ = 1. Recimo da smo pri vizualnih opazovanjih s prostim očesom naredili napako pri merjenju časa dt = 10 sekund. Če izmerimo čas zahajanja Sonca 3,5 min, dobimo $d\varphi$ = 10 s/(3,5 · 60 s) = 0,048 = 2,75˚. Kotu 1˚ ustreza na Zemlji okoli 100 kilometrov. Torej se samo majhna napaka pri merjenju časa veliko pozna pri določitvi φ-ja.

2.6. Merjenje časa zahajanja Sonca

Metode za merjenje časa zahajanja Sonca so različne. Navadno je Sonce ob obzorju, posebno v jesenskih megličastih večerih dovolj šibko, da je mogoče njegovo zahajanje opazovati s prostim očesom. Sicer pri opazovanju uporabimo filter, okajeno šipico ali varilsko steklo. Med opazovanjem ne smemo premikati glave, opazovati pa moramo z enim očesom, da se izognemo paralaksi.

Opazovanje zahajanja Sonca s prostim očesom je res najenostavnejše, vendar zelo nenatančno. Večjo natančnost dosežemo že s preprostim pritrjenim daljnogledom, ki ga zastremo z zaščitnim filtrom.

Najbolje pa je zahajanje opazovati s pomočjo Newton teleskopa, preko katerega projiciramo sliko Sonca na zaslon. Takšno opazovanje Sonca je popolnoma varno, saj nikoli ne pogledamo naravnost proti Soncu in tako ne tvegamo slabe namestitve zaščitnega filtra. Newtonovi teleskopi so zasnovani tako, da okular izhaja pravokotno iz optične cevi. To omogoča, da projiciramo sliko na zaslon, ki je pod pravim kotom glede na vpadni kot Sončnih žarkov. Posledična ugodnost je, da je projekcija slike Sonca v senci bolj kontrastna.

Preden pa teleskop sploh postavimo, moramo izbrati ustrezno opazovališče z odprtim horizontom na zahodu. Če bi želeli izmeriti čas zahajanja Sonca preko vodoravne ravnine (matematični horizont), bi bila ustrezna lokacija le obalni kraj, kjer Sonce zahaja »v« morje. Ker je Maribor daleč od takšnih kriterijev, sem se moral zadovoljiti z merjenjem časa zahajanja preko navpične ravnine. Možna opazovališča takšnega merjenja so prikazana na sliki 7. Tudi pri teh mora biti horizont na zahodu odprt, saj mora Sonce prečkati navpično ravnino pri čim manjšem višinskem kotu, ni pa nujno, da se obzorje pokriva z matematičnim horizontom. Opazovališče seveda mora ponujati tudi kakšno oddaljeno navpično steno hiše ali drog, ki nam bo služil za navpično ravnino.

Preden lahko čas zahajanja izmerimo, moramo teleskop usmeriti proti Soncu. Sonce bo v središču objektiva, ko bo senca za teleskopom najmanjša. Elegantnejša metoda pa je, da za iskalo teleskopa postavimo papir in poskušamo ujeti svetli krožec (projekcijo Sonca) na sredo nitnega križca. Ko imamo Sonce v objektivu, vstavimo okular majhne ali srednje povečave in postavimo zaslon, ki naj bo oddaljen od okularja za okoli 30 – 40 cm. Meni je kot zaslon služilo belo platno, ki sem ga pritrdil na slikarsko stojalo. Ko postavimo teleskop in namestimo zaslon, v bližino zaslona postavimo kamero, ki bo snemala prehod projekcije Sonca preko navpične ravnine. Medtem ko čakamo, da bo Sonce začelo zahajati za drog, poiščemo najboljšo izostritev Sonca, tako da bo rob Sonca najbolj oster. Preden začne Sonce zahajati vključimo kamero. Nato pa spremljamo sliko Sonca na zaslonu. Če kamere nimamo, moramo biti pozorni, da začnemo meriti čas takoj, ko se Sonce dotakne navpične ravnine. Če pa dogajanje beleži kamera, lahko čas kasneje v miru določimo iz videoposnetka.

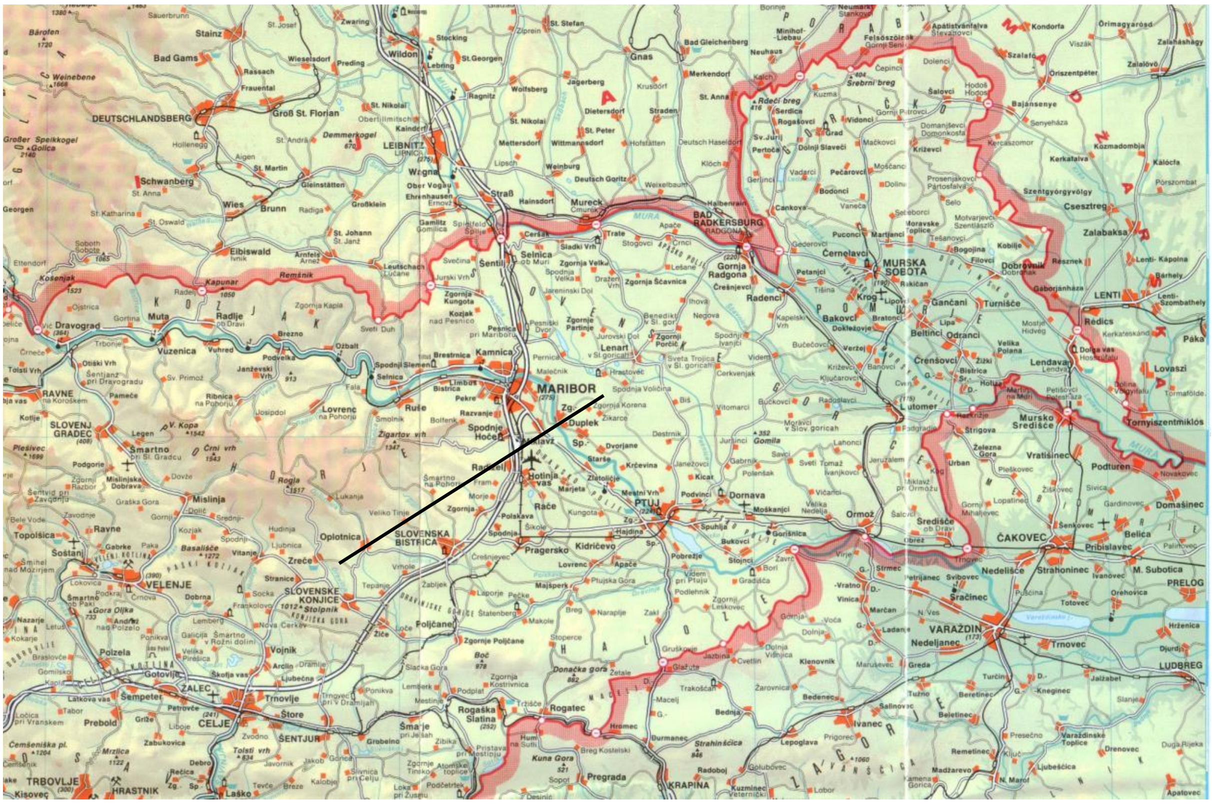
Ko je Sonce za drogom ali katero drugo navpično ravnino, pride do izraza oddaljenost te ravnine. Če je oddaljenost velika, bo slika ravnine dovolj ostra, če pa je drog ali stena preblizu, ravnina ne bo izostrena in bo težje določiti čas zahajanja.

Časa nam torej ni potrebno izmeriti takoj. Posnetek zahajanja sem prenesel na računalnik, kjer sem z video predvajalnikom čas zahajanja določil na 0,2 s natančno. Takšna natančnost pa je v mojih meritvah ustrezala geografski širini na 0,06° = 3' natančno.

Želel bi le izpostaviti eno veliko pomanjkljivost kamer. Baterije… Baterija ima določeno življenjsko dobo, določeno število polnjen, pravilno pa deluje le nad 10ºC (vsaj naša). Ko sem 3. 1. želel posneti vzhajanje za navpično ravnino, je kamera odpovedala sodelovanje po približno 120-tih sekundah. Popoldne sem želel meritve ponoviti, tokrat z v celoti napolnjeno baterijo. Napravil sem 3,5 min dolg posnetek, kar je sicer zadoščalo za eno posneto meritev zahajanja. Preostali dve meritvi na nižji elevaciji (manjšem višinskem kotu) sem moral opraviti s štoparico.

2.7. Možna opazovališča

Vsa opazovanja zahajanja Sonca, pa naj gre za vodoravno ali navpično ravnino, zahtevajo odprt horizont. Idealna opazovališča so prostrana polja ali obmorski kraji, kjer se horizont pokriva z matematičnim. Maribor še zdaleč nima obzorja, ki bi omogočal navedene meritve. Na zemljevidu SV Slovenije (slika 7) sem narisal črto pod katero bi se vsaj teoretično morali izogniti Pohorju na zahodišču Sonca. Narisana črta velja za 3. 1. Azimut zahodišča tega dne sem poiskal s pomočjo računalniškega programa SkyMap Pro 6, ki simulira gibanje nebesnih teles. Na dan 3. 1. je azimut zahodišča znašal 57,5˚ zahodno od južišča.



Slika 7: Možne lokacije opazovanja zahajanja Sonca na dan 3. 1. Narisana črta napoveduje smer, v kateri se je 3.1. nahajalo Sončevo zahodišče. Možna opazovališča se vključno z Mariborskim letališčem nahajajo pod črto. (vir: Zemljevid Slovenije)

Črto narišemo tako, da vodoravnico (azimut 90˚) zavrtimo v nasprotni smeri urinega kazalca za kot 90˚ – 57,5˚ = 32,5˚. Črto nato pomaknemo za npr. obronke Pohorja. Kjerkoli naše opazovališče že bo, mora biti južno od te črte, sicer bomo npr. v Mariboru v smeri, ki jo napoveduje črta, videli hrib, kar onemogoča opravljanje meritev.

2.8. Atmosferska refrakcija

Če že merimo čas zahajanja Sonca, se moramo zavedati, da ne smemo upoštevati refrakcije v ozračju. Seveda to velja le, če se med zahajanjem Sonca pogoji v plasteh atmosfere ne bi spremenili.

Z lomnim količnikom snovi n izrazimo razmerje med hitrostjo širjenja svetlobe v vakuumu in hitrostjo svetlobe v snovi. Pri normalnih pogojih znaša lomni količnik zraka 1,000294. Približno velja, da je razlika n-1 premosorazmerna z gostoto zraka:

$$n - 1 = A \cdot \rho$$

Tlak (in gostota) zraka se z višino zmanjšuje, zato se z višino zmanjšuje tudi lomni količnik zraka. Svetloba iz vesolja, ki zaide v naše ozračje, potuje v vedno gostejšem optičnem sredstvu in se zato lomi v smeri proti površju Zemlje. Tovrstne pojave, ki nastanejo zaradi loma svetlobe v atmosferi, imenujemo atmosferska refrakcija.

Zaradi atmosferske refrakcije vidimo zvezde nekoliko više na nebu kot so v resnici. Dvig je izrazitejši za zvezde, ki so tik nad obzorjem, kjer znaša razlika med navidezno in pravo smerjo okoli 0,6°. Tako je tudi Sonce (s kotnim premerom okoli 0,5°), ki ga vidimo tik nad obzorjem, v resnici že pod njim. Zato se pri nas dan podaljša za nekaj minut. Ko je Sonce blizu obzorja, je nekoliko sploščeno, saj se žarek iz spodnjega roba Sonca lomi nekoliko bolj (se bolj dvigne) kot žarek z zgornjega roba. Toda pri merjenju časa zahajanja Sonca se med zahajanjem povečuje tudi lomni količnik zgornjega roba. Torej, kolikor kasneje začne Sonce zahajati zaradi refrakcije spodnjega roba, toliko kasneje bo tudi zašlo, zaradi refrakcije zgornjega roba. Ker na gostoto in posledično lomni količnik zraka vplivajo trije dejavniki: sestava zraka, tlak in temperatura, se pri zahajanju vsi trije ne bi smeli bistveno spremeniti. Rezultat refrakcije je le to, da je dan daljši za približen seštevek časov vzhajanja in zahajanja tistega dne.

2.9. Merjenje geografske širine z opazovanjem dolžine sence

Da bi še pokazal veliko preprostejšo metodo, sem ob jesenskem enakonočju geografsko širino določil tudi z gnomonom. Gnomon (sončno kazalo) se uporablja za merjenje višine Sonca, v trenutku poldneva ob enakonočju pa lahko določimo še smeri neba, zemljepisno dolžino in širino opazovališča. To je zgoraj ošiljena palica, ki jo zabodemo navpično v vodoravno podlago. Za svoja opazovanja sem uporabil 1,5 metra visok gnomon. Če to višino zmanjšamo, se zmanjša tudi natančnost meritev. Med opazovanjem je senca padala na vodoravno lepenko, na kateri sem izmeril dolžino sence. Višinski kot Sonca v poljubnem trenutku določimo iz zveze

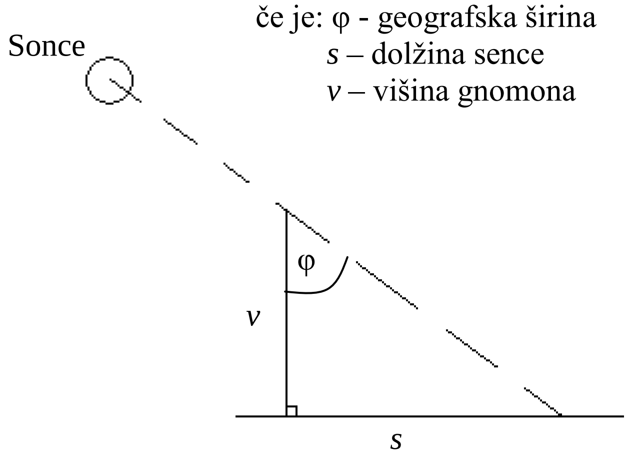
$$\tan h = v/s$$

Pri čemer sta v in s izmerjeni višina in dolžina sence gnomona.

Za določitev zemljepisne širine z gnomonom moramo izmeriti opoldansko višino Sonca, ko je Sonce približno v zgornji kulminaciji. Iz izmerjene višine Sonca in znane deklinacije izračunamo zemljepisno širino. Če merimo opoldansko višino Sonca ob enakonočju, je deklinacija Sonca enaka nič, kar pomeni, da je:

$$\tan \varphi = s/v \qquad (7)$$

če je: φ - geografska širina
s – dolžina sence
v – višina gnomona



Slika 9: Merjenje geografske širine z opazovanjem dolžine sence gnomona.

2.10. Slovarček zahajanja

čas zahajanja – časovni presledek, v katerem navidezno razsežno telo, na primer Sonce ali Luna zahaja za obzorje danega opazovališča
čas zaida – časovni trenutek, ko vesoljsko telo zaide za obzorje danega opazovališča
zahajališče – točka na obzorju, kjer zahaja oziroma zaide vesoljsko telo; pri Soncu, Luni, planetih in drugih premičnicah se lega zahajališča spreminja, pri zvezdah pa ne
zahajanje – naravni pojav, da navidezno razsežno vesoljsko telo, na primer Sonce ali Luna, zahaja za obzorje danega opazovališča; Sonce nekaj časa zahaja, nato zaide; zvezde zaidejo (skoraj) v trenutku

3. Moj prispevek

Zamisel pretvarjanja izmerjenega časa zahajanja v geografsko širino in izpeljava enačbe je delo prof. Marijana Prosena, ki je idejo za mojo RN predstavil na astronomskem srečanju 6. Dnevi astronomije v Mariboru, 12. 5. 2006.

Moj prispevek k obravnavani temi je metoda natančne izmeritve časa zahajanja Sonca preko navpične ravnine s pomočjo kamere. V literaturi prav tako nikjer nisem zasledil vpliva loma svetlobe na čas zahajanja Sonca. Poglavje, ki predstavlja omenjeno problematiko je moje lastno delo. Sam sem si tudi zamislil način merjenja zornega kota Sonca s teleskopom v poljubnem delu dneva. V literaturi je sicer navedena metoda merjenja Sončevega zornega polja, vendar le, ko slednje prečka nebesni meridian. Teoretične preizkuse sem seveda tudi izvedel in s tem teorijo prenesel v prakso.

4. Sklep

Najprej bom predstavil rezultate merjenja geografske širine, ki sem jih dobil s preprostejšo metodo. S pomočjo gnomona sem 23. 9. izmeril dolžino sence in izračunal φ:

v = 150 cm
s = 160 cm +/- 3 cm

če je: v – višina gnomona
s – dolžina sence Sonca
φ - geografska širina

$$\varphi = \arctan(s/v) = \arctan(160\text{cm}/150\text{cm}) = 46{,}8° \pm 0{,}6°$$

Opomba: Merjenje φ-ja z gnomonom daje precej nenatančne rezultate. Dolžina sence je odvisna od naklona vodoravne podlage in od odstopanja zgornje kulminacije Sonca od poldneva.

Ugotovili smo, da za katerikoli dan v letu veljajo enačbe za pretvarjanje izmerjenih časov zahajanja ali vzhajanja Sonca v geografsko širino:

Za vodoravno ravnino:

$$\cos\varphi = d/(\omega t \cos\delta)$$

če je: φ – geografska širina
d – zorni kot Sonca
ω – kotna hitrost navideznega vrtenja neba(15º/h)
t – čas zahajanja Sonca za vodoravno ravnino
δ – deklinacija Sončevega središča

d = 32′
ω =15°/h = 15′/min
t = 189 s +/- 4 s
δ = 0˚

$$\varphi = \arccos(32'/(15'/\text{min}\ 189\text{s} \cos 0°)) = 47{,}37° = 47°22' \pm 1°$$

Opomba: 23. 9. sem s štoparico izmeril čas zahajanja preko nekoliko vbočene daljnovodne žice, kar je dalo manj natančen rezultat.

Za navpično ravnino:

$$\sin \varphi = d/(\omega t_1 \cos\delta)$$

če je: t_1 – čas zahajanja Sonca za navpično ravnino

$d = 32{,}5'$
$\omega = 15°/h = 15'/min$
$t_1 = 194{,}5s$ +/- 0,2s
$\delta = -22°49'$

$\varphi = \arcsin (d/(\omega t_1 \cos\delta))$
$= \arcsin (32{,}5'/(15'/min\ 194{,}5s \cos -22°49'))$
$= 46°28'$ +/- 3′

Opombi: Merjenje na dan 3. 1. 2007. Variranje rezultata zaradi rahlo neizostrenega droga, kot navpične ravnine.

Če v istem dnevu izmerimo časa zahajanja Sonca preko vodoravne in navpične ravnine, potem velja:

$$\tan \varphi = t/t_1$$

Če pa v istem dnevu izmerimo čas zahajanja Sonca za navpično ravnino in čas v katerem Sonce zaide za ravnino, ki je pravokotna na smer njegovega navideznega gibanja, potem velja:

$$\sin \varphi = t_2/t_1$$

če je: t_2 – čas zahajanja Sonca za ravnino, ki je pravokotna na smer njegovega gibanja
t_1 – čas zahajanja Sonca za navpično ravnino

$t_2 = 141$ s +/- 0,5 s
$t_1 = 194{,}5$ s +/- 0,2 s

$\varphi = \arcsin (t_2/t_1)$
$= \arcsin (141s/194{,}5s)$
$= 46°28'$ +/- 15′

Opomba: Nihanje časa t_2 zaradi refleksa roke in razločevanja slike Sonca od pravokotnice, pri čemer sem ocenil razločevanje na 0,25 mm. Slika Sonca in pravokotnica sta bili namreč ostri.

Moje opazovališče: Letališče Maribor ($\varphi = 46°29'$).

Relativna napaka meritev: $15'/46°28' =$
$= 15'/2788' =$
$= 5{,}4 \cdot 10^{-3} =$
$= 0{,}54\ \%$

5. Uporabljena literatura

Čas zahajanja Sonca in Lune, Spika 2005/6, 256-257.

Hoyle, F.: Astronomija. Ljubljana, Mladinska knjiga, 1971.

Naše nebo 2006. Ljubljana, DMFA – založništvo, 2005.

Naše nebo 2007. Ljubljana, DMFA – založništvo, 2006.

Prosen, M.: Astronomska opazovanja, Presek, 1977-1978/5.

Prosen, M.: Raziskovalne vaje iz astronomije. Ljubljana, Astronomsko društvo Javornik, 1981.

Prosen, M.: Leksikon astronomije. Ljubljana, Mladinska knjiga, 2004.

Prosen, M.: Utrinki iz moje astronomske delavnice. Ljubljana, Jutro, 2005.

Vzhod in zaid, Spika 2004/9, 380.