»Srečanje mladih raziskovalcev Slovenije 2007/2008«

Venerina osebna izkaznica

Raziskovalno področje: fizika, astronomija

Raziskovalna naloga

II. gimnazija Maribor,
Trg Miloša Zidanška 1, 2000 Maribor

Avtor: Teo Močnik
Mentor: Gorazd Žiberna

Maribor, 22. 1. 2008

Kazalo

Povzetek

Ob največji navidezni razdalji Venere od Sonca znaša kot Zemlja-Venera-Sonce 90°. Navidezno razdaljo, oziroma kot Sonce-Zemlja-Venera, sem izračunal tako, da sem izmerjeni čas med Sončevim in planetovim prehodom obzorja pomnožil s kotno hitrostjo vrtenja neba z upoštevanjem deklinacije Venere in Sonca. Ker poznamo oddaljenost Zemlje od Sonca, lahko v pravokotnem trikotniku Zemlja-Venera-Sonce, s kotnimi funkcijami izračunamo oddaljenost Venere od Sonca ali trenutno oddaljenost od Zemlje. Iz izračunane oddaljenosti od Zemlje lahko s teleskopom izmerimo čas prehoda Venerine ploskvice čez rob okularja in tako izračunamo njen premer. Pri tem izračunu moramo upoštevati še deklinacijo in smer osvetlitve Venerinega površja. Oba podatka sem določil z lastnimi izračuni in merjenjem. Iz znane Venerine oddaljenosti od Sonca lahko obhodni čas izračunamo s tretjim Keplerjevim zakonom. Preko meritev deklinacij Sonca in Venere pa sem izračunal tudi naklon tira Venerine orbite.

1. Uvod

Z raziskovalnim delom sem se srečal že prejšnje leto, natančneje na natečaju Mladi za napredek Maribora in kasneje na Srečanju mladih raziskovalcev Slovenije. Lani sem izdelal raziskovalno nalogo z naslovom Merjenje geografske širine z opazovanjem časa zahajanja Sonca, s katero sem osvojil prvo mesto in prejel zlato priznanje.

V tokratni raziskovalni nalogi želim predstaviti metode, s katerimi pridobimo bistvene informacije v zvezi s planetom Venero. Pri svoji metodologiji sem se zavzemal za meritve, pri katerih potrebujemo najosnovnejšo opremo, dostopno vsakemu amaterskemu astronomu. Pri različnih izračunih pa sem razpolagal zgolj s podatkom srednje vrednosti astronomske enote.

Najpomembnejša izmed meritev je zagotovo merjenje oddaljenosti Venere od Sonca. Meritev lahko izvedemo ob konfiguraciji največje elongacije. Kdaj se to zgodi, ugotovimo z večkratnim merjenjem Venerine elongacije. Podatki, ki jih pridobimo iz omenjene meritve, so potrebni za vse ostale meritve: obhodni čas, premer in naklon tira Venere. Natančnost meritev in zanesljivost rezultatov sta močno odvisna od osnovne opreme in naravnih razmer opazovališča. Kljub morebitnemu odstopanju rezultatov, zbranih v poglavju 4.5., gre za metode, s katerimi pridobimo informacije, ki se povprečnemu človeku zmotno zdijo popolnoma nedostopne. Metodologija sicer zahteva veliko potrpežljivosti in natančnosti, toda vrednost rezultatov lahko premami marsikaterega člana raznih astronomskih krožkov, da z lastnim merjenjem določi svoje prve parametre nekega planeta.

2. Metodologija

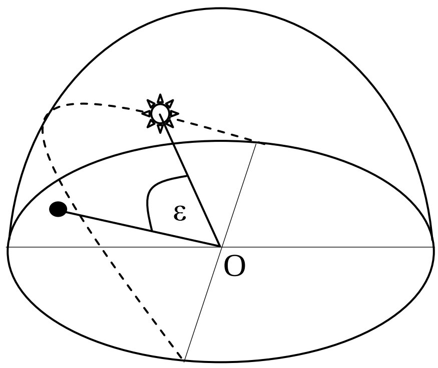
2.1. Elongacija

V naslednjih poglavjih bomo velikokrat omenili izraz elongacija, zato bi želel pojem nekoliko natančneje opredeliti.

Elongacija je kotna razdalja med dvema točkama na nebu (oziroma smerema proti njima), za opazovalca v tretji točki. Elongacija se meri v merskih enotah za merjenje velikosti kotov (stopinja, minuta, sekunda). Lahko pa zavzame vrednosti od 0 do 180°. Običajno je opazovalec na Zemlji, ki opazuje kotne razdalje med Soncem in planeti (notranjimi in zunanjimi).

Zanimive so elongacije notranjih planetov (Merkur in Venera). Te planete najlažje opazujemo, ko imajo veliko vzhodno ali zahodno elongacijo. Če je takšen planet viden po sončevem zahodu, je blizu največje vzhodne elongacije. Nasprotno pa je planet blizu največje zahodne elongacije, če ga vidimo zjutraj pred Sončnim vzhodom. Ko planet doseže največjo elongacijo, je časovna razlika med Sončevim in planetovim vzidom oziroma zaidom najdaljša. Vrednosti največje elongacije za Merkur so med 18 in 28°, za Venero pa med 45 in 47° (Wikipedija). Spreminjanje največje elongacije nastane zato, ker tirnice niso popolne krožnice ampak elipse ter zaradi naklona tira glede na ravnino Zemljine orbite. Zunanji planeti Sonca lahko imajo elongacije med 0 in 180°.

Značilne elongacije planetov (brez upoštevanja naklonov tirov):
- Kadar ima elongacijo 0°, je v konjunkciji. (Velja za vse planete.)
- Kadar ima elongacijo 180°, je v opoziciji. (Ne velja za notranja planeta.)
- Kadar ima elongacijo 90°, je v kvadraturi. (Ne velja za notranja planeta.)
- Kadar doseže največjo elongacijo, manjšo od 90°, je v največji elongaciji. (Velja samo za notranja planeta.)



O – opazovalec
ε – elongacija
– ekliptika

Slika 1: Elongacija je kotna razdalja med Soncem in planetom.
Planet je namerno narisan pod ekliptiko, kar je posledica nagnjenosti tira, glede na ravnino Zemljine orbite.

2.2. Gibanje Venere

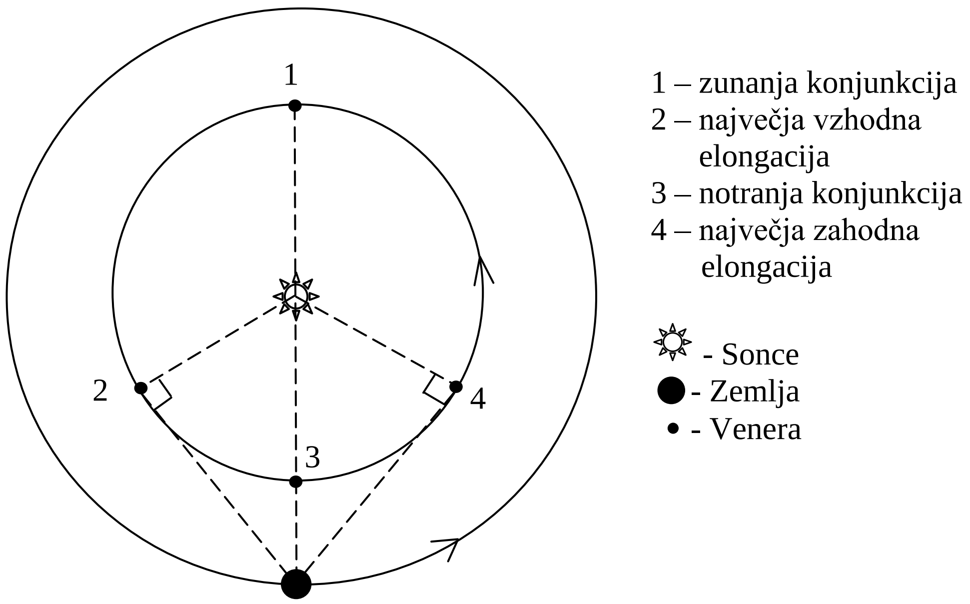
Venera je po oddaljenosti drugi planet od Sonca in je tako Soncu bližje kakor Zemlja. Venera je na svoji orbiti od Sonca povprečno oddaljena okoli 108.000.000 km. V prisončju oddaljenost znaša 107.476.002 km, v odsončju pa 108.941.849 km (Wikipedija). Iz obeh podatkov lahko izračunamo ekscentričnost (sploščenost) Venerine orbite:

$$\varepsilon = \frac{a-b}{2a} = \frac{1.465.847\text{km}}{2 \cdot 108.941.849\text{km}} = \approx 6{,}7 \cdot 10^{-3}$$

pri čemer je: ε ekscentričnost orbite
a velika polos orbite
b mala polos orbite

Izračunana ekscentričnost je zelo majhna, kar pomeni, da je Venerina orbita skoraj krožnica. Venera je planet z najmanjšo ekscentričnostjo orbite v našem osončju. Izračunano dejstvo pa je pogoj za mojo raziskovalno nalogo, saj lahko enkratno meritev oddaljenosti Venere od Sonca tudi posplošimo na srednjo oddaljenost.

Obhodni čas Venere znaša 225 dni (Mitton, 1999, str. 52). Krajši obhodni čas in manjša oddaljenost od Sonca v primerjavi z Zemljo povzročita, da se Venera na nebu nekaj časa Soncu navidezno približuje in nato oddaljuje.

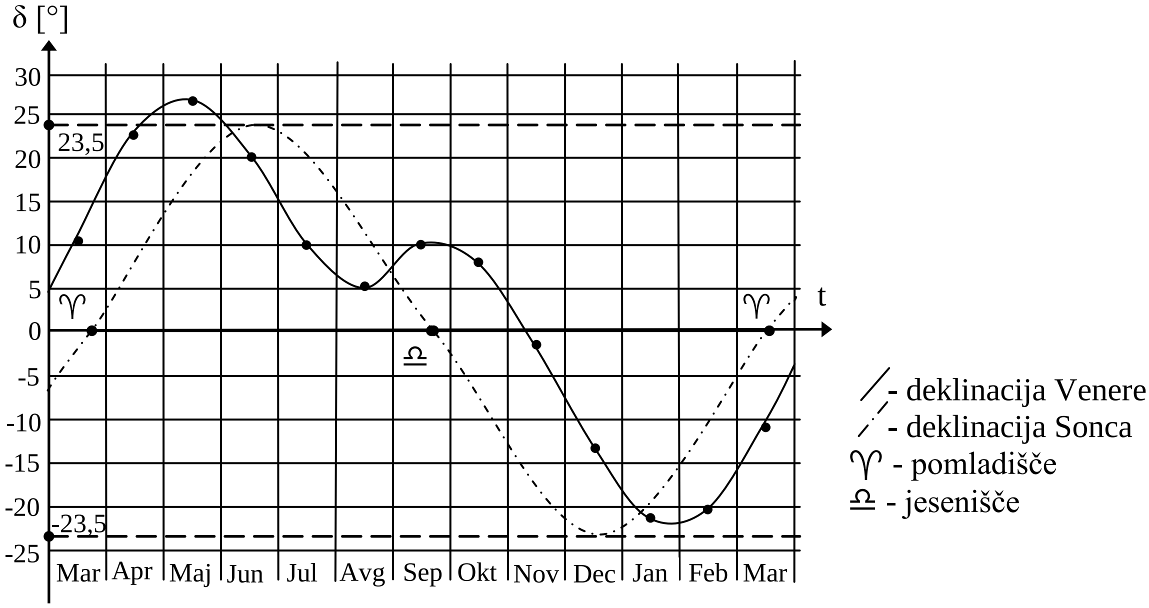


Slika 2: Konfiguracije notranjega planeta. (vir: prirejeno po Prosen, 2004)

Od trenutka zunanje konjunkcije (1) (največja oddaljenost planeta od Zemlje) do največje vzhodne elongacije (2) (kot Zemlja-Venera-Sonce znaša 90°) se navidezna oddaljenost Venere vedno počasneje povečuje. V trenutku največje vzhodne elongacije je navidezna oddaljenost Venere od Sonca največja. Do trenutka notranje konjunkcije (3) (ko je Venera najbližje Zemlji) se Venera vedno hitreje približuje Soncu, dokler ni oddaljenost enaka 0°. Od notranje konjunkcije do največje zahodne elongacije (4) se vedno počasneje oddaljuje. V trenutku največje zahodne elongacije je navidezna oddaljenost od Sonca ponovno največja in enako velika kot pri največji vzhodni elongaciji. Do zunanje konjunkcije se oddaljenost spet pospešeno zmanjšuje. Navidezna oddaljenost Venere od Sonca (elongacija) se v odvisnosti od časa spreminja približno sinusno s periodo dveh enakih zaporednih konfiguracij.

Ob notranji konjunkciji lahko pride do prehoda Venerine ploskvice čez Sončevo ploskev. Če bi Zemljina in Venerina orbita ležali v isti ravnini, bi do pojava prišlo vsakih 584 dni. Seveda je pojav zelo redek (približno dva krat vsakih 110 let), saj je ravnina Venerine orbite glede na Zemljino nagnjena za 3,4° (Emmerich in Melchert, 2006, str. 34).

Elongacija pa ni odvisna samo od konfiguracije planeta, temveč tudi od naklona tira, kar se delno kaže kot razlika v deklinaciji med Soncem in Venero.



Graf 1: Deklinacija Sonca in Venere v odvisnosti od časa. (vir: prirejeno po Močnik, 2007) Deklinacije Venere veljajo za leto 2007 oz. 2008.

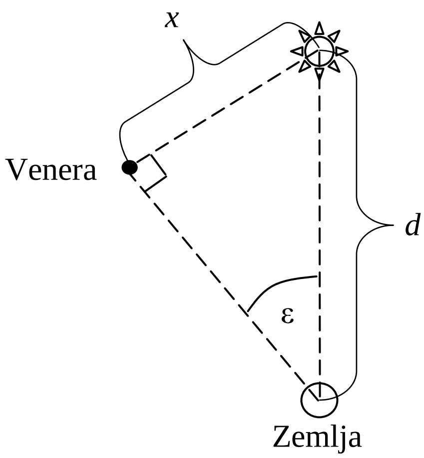
Iz grafa 1 je razvidno, da deklinacija Venere v splošnem sledi Sončevi deklinaciji. Nenadna sprememba Venerine deklinacije sredi avgusta pa nakazuje, da se je Venera nahajala v konjunkciji. Dodaten podatek, ki ga lahko pridobimo s pomočjo grafa 1 je dan, ko se Venera nahaja v periapsidi (najvišje nad ravnino Zemljinega tira). Če bi orbita Venere ležala na ravnini ekliptike, bi bila največja možna deklinacija obeh teles enaka in bi znašala 23,5°. V prvi polovici maja pa je Venerina deklinacija večja od Sončeve največje možne, kar nakazuje, da se je Venera takrat nahajala v periapsidi. Podatek je pomemben in ga bomo potrebovali v poglavju 2.7.

Ob različnih konfiguracijah, in posledično smereh iz katerih sveti Sonce, je Venera različno obsijana. Ker je dovolj velika (ekvatorialni premer znaša 12.100 km), lahko že s preprostim teleskopom opazujemo Venerine mene. Ko je Venera v zunanji konjunkciji, je polno obsijana in govorimo o Venerinem »ščipu«. Nasprotno je ob notranji konjunkciji Venerin »mlaj«. Sicer pa obeh faz praktično ne moremo opazovati, saj nas pri opazovanju ovira Sonce. O prvem oziroma zadnjem »krajcu« govorimo ob največji vzhodni oziroma zahodni elongaciji. V vmesnih fazah govorimo še o »srpu«, toda za nas bosta pomembna le krajca, pri katerih vemo, da je Venera polovično osvetljena (Mitton, 1999, str. 53).

2.3. Določanje Venerine oddaljenosti od Sonca

Kot sem že omenil, je ekscentričnost Venerine orbite zelo majhna. Znaša le 0,0067 in je najmanjša izmed planetov našega osončja (Emmerich in Melchert, 2006, str. 34-35). Zelo majhna ekscentričnost nam dovoljuje, da enkratno meritev Venerine oddaljenosti od Sonca označimo kot približna srednja oddaljenost od Sonca.

Veneri lahko določimo oddaljenost od Sonca le ob dveh določenih konfiguracijah. Konfiguraciji, ki nas zanimata pri določanju oddaljenosti, sta največja vzhodna in največja zahodna elongacija (slika 2). Iz slike 2 je razvidno, da omenjeni konfiguraciji tvorita pravokotna trikotnika z oglišči Zemlja-Venera-Sonce.



ε – Venerina elongacija
d – razdalja Zemlja-Sonce
x – razdalja Venera-Sonce

Slika 3: Konfiguracija Venere ob največji vzhodni elongaciji.

Na sliki 3 v pravokotnem trikotniku hipotenuzo predstavlja daljica Zemlja-Sonce. Medtem sta daljici Zemlja-Venera in Venera-Sonce kateti. Kot pri oglišču Venera ob največji elongaciji znaša 90°. V tem pravokotnem trikotniku poznamo dolžino hipotenuze, ki v tem primeru predstavlja trenutno oddaljenost Zemlje od Sonca. Da lahko izračunamo oddaljenost Venere od Sonca oziroma dolžino daljice Venera-Sonce, moramo v pravokotnem trikotniku poznati vsaj še en podatek. Manjkajoči podatek najenostavneje poiščemo tako, da izmerimo elongacijo Venere (navidezna oddaljenost Venere od Sonca na nebu, merjena v stopinjah). Elongacija Venere v pravokotnem trikotniku predstavlja kot Sonce-Zemlja-Venera. Če razpolagamo s podatkom oddaljenosti Zemlje od Sonca in s podatkom Venerine elongacije, lahko oddaljenost Venere od Sonca izračunamo s preprosto trigonometrijsko enačbo (Marijan Prosen jo je predstavil maja 2007 na predavanju 7. Dnevi astronomije):

$$x = d \cdot \sin \varepsilon , \qquad (1)$$

če je x oddaljenost Venere od Sonca, d oddaljenost Zemlje od Sonca in ε elongacija Venere.

Oddaljenost Zemlje od Sonca ob periheliju (najbližja točka Soncu na Zemljini orbiti) znaša 147,1 milijonov km, ob afeliju (najbolj oddaljena točka od Sonca) pa 152,1 milijonov km (Prosen, 2004, str. 8, 103). Točno oddaljenost Zemlje je možno izračunati preko izmerjenega Sončevega zornega kota. Dobimo ga, če projiciramo sliko Sonca na zaslon in izmerimo čas prehajanja za ravnino, ki je pravokotna na smer gibanja Sonca. Izračun je naslednji:

$$\begin{aligned}\alpha &= \omega \cdot t \cdot \cos\delta \\ \alpha &= 2\arctan\left(\frac{r}{d}\right) \\ d &= \frac{r}{2\tan\alpha}\end{aligned} \tag{2}$$

če je: α zorni kot Sonca,
ω kotna hitrost vrtenja neba
t čas zahajanja Sonca za ravnino
δ deklinacija Sonca
r polmer Sonca
d oddaljenost Zemlje od Sonca

(vir: Močnik, 2007, str. 9)

Spremenljivo oddaljenost Zemlje od Sonca lahko določimo, če razpolagamo s podatkom Sončeve deklinacije in Sončevim polmerom. Deklinacijo lahko dokaj natančno določimo iz grafa 1, Sončev polmer pa je konstanten podatek.

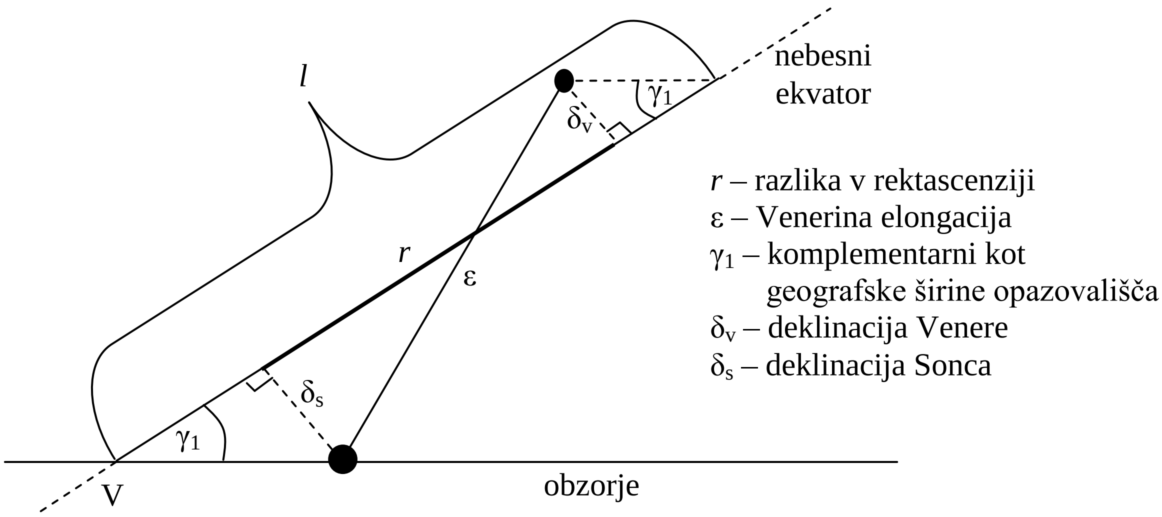
Ugotovili smo, da lahko oddaljenost Zemlje od Sonca na intervalu [147˙1 , 152˙1] milijonov km določimo tudi sami. Toda za naše meritve zadošča poznavanje srednje oddaljenosti Zemlje od Sonca, kar imenujemo astronomska enota (AE). AE znaša 149.597.870 km (Mitton, 1999), kar mnogokrat zaokrožimo na $1{,}5 \cdot 10^8$ km. Največja možna relativna napaka (RN) izračuna, ki jo naredimo zaradi zaokrožene AE kot hipotenuze, je:

$$\begin{aligned}\mathrm{RN} &= \frac{1{,}5\cdot 10^8\,\mathrm{km}\cdot\sin\varepsilon - 1{,}471\cdot 10^8\cdot\sin\varepsilon}{1{,}5\cdot 10^8\,\mathrm{km}\cdot\sin\varepsilon} = \\ &= \frac{(1{,}5-1{,}471)\cdot 10^8\,\mathrm{km}\cdot\sin 46^\circ}{1{,}5\cdot 10^8\,\mathrm{km}\cdot\sin 46^\circ} = \\ &\approx 0{,}019\end{aligned} \tag{3}$$

Pri izračunu so uporabljeni parametri, pri katerih pride do največjega odstopanja. Venerino elongacijo pa sem določil 46°, saj se elongacija Venere ob konfiguraciji največje elongacije (slika 2) giblje med 45 in 47°.

Če je za nas 1,9-odstotna napaka meritev sprejemljiva, se nam z oddaljenostjo Zemlje od Sonca več ni treba ukvarjati, saj ob vsaki meritvi upoštevamo enako vrednost ($1{,}5 \cdot 10^8$ km). Edina neznanka v enačbi (1) ostaja elongacija Venere.

V poglavju 2.1. izvemo, da se elongacije planetov odražajo predvsem kot časovna razlika med vzidom oziroma zaidom Sonca in planeta. Če namerimo čas med prehodi obzorja obeh nebesnih teles in ga pomnožimo s kotno hitrostjo vrtenja neba, pa še ne pomeni, da smo izračunali elongacijo. Upoštevati moramo še razliko v deklinacijah, saj vemo, da je kot, ki jo na nebu opiše neko telo, sinusno odvisno od njegove deklinacije (enačba (2)).



Slika 4: Položaj Venere in Sonca ob vzidu središčne točke Sonca, ko je Venera v največji zahodni elongaciji. (Slika ni v pravem merilu!) Komplementarni kot geografske širine sem namenoma označil γ_1, saj ta kot potrebujemo tudi pri sliki 7, kjer je oznaka smiselna.

Slika 4, ki ponazarja položaj Sonca in Venere ob največji zahodni elongaciji, prikazuje povezavo med deklinacijama in elongacijo. Slika nazorno prikazuje, da bi bila izračunana elongacija mnogo prevelika, če bi jo enačili z razliko časov vzida, pomnoženi s kotno hitrostjo neba in če pri tem ne bi upoštevali deklinacij.

Elongacijo izračunamo z naslednjim spletom enačb, ob pomoči slike 4:

$$l = \omega \cdot t$$

$$r = l - \delta_\mathrm{v} \cdot \tan\gamma_1 + \delta_\mathrm{s} \cdot \tan\gamma_1 \tag{4}$$

$$\varepsilon = \sqrt{r^2 + \left(\delta_\mathrm{v} - \delta_\mathrm{s}\right)^2} \tag{5}$$

Dobili smo enačbo za izračun Venerine elongacije (enačba (5)). Ker je geografska širina (φ) znana (lahko jo izmerimo tudi sami (Močnik, 2007), so neznanke še čas med Venerinim in Sončevim prehodom obzorja (t), ter deklinaciji Venere (δ_v) in Sonca (δ_s). V naslednjih dveh poglavjih bom predstavil metodi po katerih bomo določili neznanke. S pomočjo teh treh podatkov bomo lahko izračunali elongacijo Venere, iz elongacije pa bomo z enačbo (1) izračunali oddaljenost Venere od Sonca.

2.4. Merjenje časa med Sončevim in Venerinim prehodom obzorja

Čas med Venerinim in Sončevim prehodom obzorja potrebujemo, da bomo lahko izračunali Venerino elongacijo in posledično njeno oddaljenost od Sonca. Ker izračuni zahtevajo največjo elongacijo, je meritve možno izvesti le ob dveh konfiguracijah Venere – ob vzhodni ali zahodni elongaciji. Če je Venera na dan meritve v vzhodni elongaciji (slika 2), bo zaradi Zemeljske rotacije na zahodni strani neba najprej zašlo Sonce in čez nekaj časa še Venera. Ob vzhodni elongaciji bi meritev izvajali med Sončevim ter Venerinim zaidom. Če pa je Venera na dan meritev v zahodni elongaciji, bo na vzhodni strani neba najprej vzšla Venera in čez nekaj časa Sonce.

Teoretično je vseeno ali meritve izvajamo ob največji vzhodni ali zahodni elongaciji, saj bodo rezultati meritev enaki. Toda v praksi je merjenje nekoliko lažje izvajati ob vzhodni elongaciji (na zahodni strani neba), saj se nebesni telesi pred zaidom nekaj časa obzorju približujeta in šele nato zaideta. Nebesno gibanje Sonca in Venere pred zaidom nam namreč približno razkrijeta, kje na obzorju bosta zašla. Nasprotno moramo ob zahodni elongaciji čas začeti meriti v trenutku, ko se na obzorju prikaže Venera. V tem primeru moramo vnaprej vsaj približno poznati azimut Venerinega vzhajališča, ki ga pred meritvijo poiščemo s pomočjo kompasa. Pri določanju Sončevega vzhajališča podobnih težav nimamo, saj čas prenehamo meriti šele, ko vzide polovica Sončeve ploskvice. Dodatni prednosti merjenja ob vzhodni elongaciji sta bolj osebne narave in sta odvisni od posameznikovega okusa: ker obe meritvi trajata približno štiri ure, se opazovalec ob zahodni elongaciji, štiri ure pred Sončevim vzidom, sooča z mrazom in neprespanostjo.

Meritve sem opravil 1. novembra 2007, ko je bila Venera v zahodni elongaciji. Največjo zahodno elongacijo je Venera dosegla 28. oktobra ob 16. uri (Spika, 2007a). Idealni datum izvajanja meritev bi potemtakem bil 29. oktober, toda med 28. in 31. oktobrom je moje meritve onemogočala oblačnost. Zaradi netočnosti datuma je relativna napaka naslednja:

$$\begin{aligned} \mathrm{RN} &= \frac{1{,}5\cdot 10^8\,\mathrm{km}\cdot\left(\sin\varepsilon_1-\sin\varepsilon_2\right)}{1{,}5\cdot 10^8\,\mathrm{km}\cdot\sin\varepsilon_2} = \\ &= \frac{1{,}5\cdot 10^8\,\mathrm{km}\cdot\left(\sin 46°28'-\sin 46°26'\right)}{1{,}5\cdot 10^8\,\mathrm{km}\cdot\sin 46°26'} = \\ &\approx 2{,}9\cdot 10^{-4} \end{aligned} \qquad (6)$$

če je: ε_1 – elongacija dne 29. 10.
ε_2 – elongacija dne 1. 11.

Elongaciji sem poiskal v reviji Spika (Spika, 2007a, 2007b). Če ne razpolagamo s podatki elongacije, poznamo pa deklinacijo in rektascenzijo (npr. Naše nebo), lahko elongaciji ob pomoči slike 4 tudi izračunamo po naslednji enačbi:

$$\varepsilon = \sqrt{\left(R_\mathrm{s}-R_\mathrm{v}\right)^2+\left(\delta_\mathrm{s}-\delta_\mathrm{v}\right)^2}$$

če je: $R_{\mathrm{s/v}}$ – rektascenzija Sonca/Venere
$\delta_{\mathrm{s/v}}$ – deklinacija Sonca/Venere

Kot je iz rezultata enačbe (6) razvidno, je napaka meritev zaradi preložitve merjenj zelo majhna, celo manjša od treh stotink odstotka. Izračunal sem tudi, da bi ob 14-dnevni preložitvi merjen, napaka izračuna oddaljenosti znašala zgolj 1 %. Oblika enačbe (6) nam razkriva, da napaka narašča sinusno, najpočasneje v konfiguracijah blizu 2 in 4 (slika 2) najhitreje pa blizu 1 in 3.

Kot sem omenil, sem meritve izvajal ob zahodni elongaciji, torej na vzhodni strani neba. Čas med Venerinim in Sončevim prehodom obzorja bo točen, če začnemo meriti čas v trenutku, ko Venera vzide. Da bi vedel kje na obzorju se to zgodi, sem se pred meritvijo opremil s podatkom azimuta vzhajališča. S pomočjo kompasa sem usmeril teleskop v predvideno smer vzida, ob čemer sem uporabil 25 mm okular za največje možno zorno polje. Ko vzid pričakujemo s teleskopom opazujemo obzorje okoli predvidene smeri vzida. Ko v teleskopu opazimo Venero, pričnemo meriti čas. Med čakanjem na vzid Sonca, ko bomo čas prenehali meriti, lahko opravimo meritve opisane v poglavjih 2.5. in 2.8. Približno štiri ure po začetku merjenja časa sem se pripravil na vzid Sonca, na kar opozarja tudi vse svetlejša svetloba na vzhajališču. Takoj ob začetku Sončevega vzhajanja pričnemo spremljati sliko Sonca na zaslonu, ki jo projiciramo s pomočjo teleskopa (Newtonova postavitev). Ko predvidimo, da je polovica Sončeve ploskvice vzšla prenehamo meriti čas. Zakaj ne smemo počakati, da vzide celotno Sonce nam ponazarja slika 4, kar pa je seveda zgolj strogo teoretično. Če bi čas nehali meriti ob celotnem vzidu, bi namerili dodatnih 1,5 min, kar je pri 4-urni meritvi zanemarljivo malo. Zelo dolga meritev omogoča, da potreben čas izmerimo že z navadno ročno uro in golim očesom, saj tudi več minutna napaka pri odkrivanju Venerinega vzida in največ dvominutna napaka ob Sončevem vzhajanju ne doprineseta k bistveni napaki izračuna oddaljenosti Venere od Sonca.

K večji napaki lahko doprinese le neustrezna izbira opazovališča. Da je čas, ki ga merimo čim bolj natančen, morata biti vzhajališči Venere in Sonca na enaki altitudi (enaka višinska oddaljenost od matematičnega horizonta). Obzorje mojega opazovališča je vidno na priloženi fotografiji 12. Če bi Sonce vzšlo na večjem azimutu (bolj desno), bi bil merjeni čas daljši od teoretičnega, kar bi se v izračunu enačbe (5) odražalo kot prevelika oddaljenost Venere od Sonca.

2.5. Določanje deklinacije

Če želimo izračunati oddaljenost Venere od Sonca (enačba 1), moramo predhodno izračunati Venerino elongacijo (enačba (5)). Izračun slednje zahteva podatka Venerine in Sončeve deklinacije na dan meritve časa med prehodoma obzorja (poglavje 2.4.). Oba podatka seveda lahko poiščemo v raznih astronomskih efemeridah (npr. Spika, Naše nebo), ker pa v tej raziskovalni nalogi skušam pridobiti podatke Venerine osebne izkaznice z minimalno uporabo opreme in z najmanjšim možnim poznavanjem parametrov nebesnih teles, bomo deklinaciji poiskali sami.

Deklinacijo Sonca lahko določimo na dan meritve časa med prehodoma obzorja z uporabo gnomona (Prosen, 1978, str. 251-252). Tega postavimo pravokotno na ravno podlago in mu izmerimo višino. Ko je Sonce v zgornji kulminaciji (najvišje na nebu), izmerimo dolžino sence gnomona.

$$\tan(\varphi - \delta_s) = \frac{s}{v}$$

$$\delta_s = \varphi - \arctan\left(\frac{s}{v}\right)$$

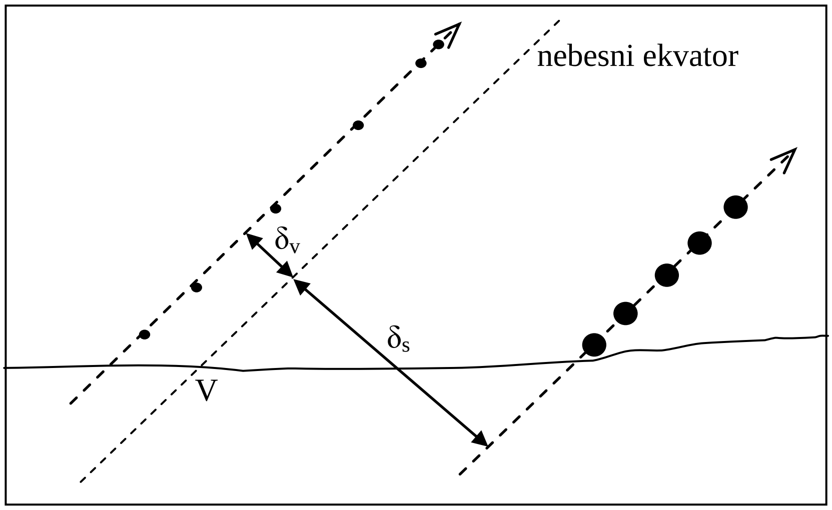
če je: φ geografska širina opazovališča
s dolžina sence
v višina gnomona
δ_s deklinacija Sonca

Če gnomona nimamo, ali če se nam zdi, da je meritev časovno prezahtevna, lahko Sončevo deklinacijo za dan meritve določimo iz grafa 1. Za večjo natančnost pri odčitavanju deklinacije, lahko omenjenemu grafu podaljšamo x os.

V nasprotju s Soncem, Veneri ne moremo določiti deklinacije s pomočjo gnomona, saj je svetloba, ki prihaja z Venere, mnogo prešibka. Tudi z raznimi grafi si ne moremo pomagati, saj vrednosti njene deklinacije ne predstavljajo periodične krivulje, kakršna je na primer pri Soncu sinusoida s periodo enega leta. Da bi deklinacijo kljub temu določili, si moramo pomagati s predhodno pridobljenim podatkom Sončeve deklinacije in dejanskim položajem obeh nebesnih teles na nebu.

Ker sem meritve izvajal ob zahodni elongaciji, bo vse dogajanje postavljeno na vzhodno stran neba. Položaje Venere in Sonca na nebu sem fotografiral, zato sem moral po Venerinem vzidu poskrbeti, da je objektiv fotoaparata zajel Venero in kasneje še Sonce, saj po prvotni usmeritvi fotoaparata ne smemo več premikati. Posnete fotografije so v prilogi.

Če vse fotografije združimo v eno samo, poenostavljeno sliko, dobimo:



Slika 5: Položaji Venere in Sonca, kakršni so na fotografijah v prilogi. Iz položajev je razvidna smer gibanja, potrebna za določitev Venerine deklinacije.

Iz slike vidimo, da se telesi gibljeta vzporedno. Če na eno od vzporednic narišemo pravokotnico, bo dolžina pravokotnice enaka razliki deklinacij. Da lahko določimo dolžino pravokotnice, moramo poznati ali pa izmeriti vidno polje našega fotoaparata. (Z znane razdalje fotografiramo npr. steno in ji preko fotografije izmerimo višino in širino. Nato znane razdalje s kotnimi funkcijami pretvorimo v vidno polje.) Ker vidno polje mojega fotoaparata v širino meri 54° in spodnji rob tiskane fotografije znaša 15 cm, bo pravokotnica, ki meri 5 cm, ustrezala 18°.

Ker je razlika deklinacij enaka 18° iz grafa 1 pa razberemo deklinacijo Sonca, je izračun Venerine deklinacije naslednji:

$$\begin{aligned} \delta_v &= 18° + \delta_s = \\ &= 18° + (-14{,}5°) = \\ &= 3{,}5° \end{aligned} \tag{7}$$

2.6. Računanje obhodnega časa

Da lahko podatek oddaljenosti planeta od Sonca uporabimo za izračun obhodnega časa, je vedel že nemški astronom Johannes Kepler. Na začetku 17. stoletja je odkril tri zakone, ki opisujejo gibanje teles v Osončju. Za naš izračun obhodnega časa je zanimiv predvsem tretji Keplerjev zakon, ki pravi: »Kvadrati obhodnih časov planetov so sorazmerni kubom velikih osi njihovih elipsnih tirov (poenostavljeno rečeno kar: kubom njihovih povprečnih oddaljenosti od Sonca).« (Prosen, 2004, str. 54).

Z enačbama (1) in (5) smo izračunali oddaljenost Venere od Sonca, v poglavju 2.2. pa smo se prepričali, da je ekscentričnost Venerine orbite zelo majhna. Majhna ekscentričnost nam dopušča, da lahko izračunano oddaljenost Venere od Sonca upoštevamo kot srednjo oddaljenost od Sonca. Če v zgoraj zapisanem zakonu upoštevamo srednjo vrednost oddaljenosti namesto velike osi, bo napaka v izračunu zanemarljivo majhna, predvsem zaradi majhne razlike med Venerino veliko polosjo in srednjo oddaljenostjo.

Zgoraj zapisani zakon zapišemo v obliki enačbe:

$$\frac{{t_{0z}}^2}{d^3} = \frac{{t_{0v}}^2}{x^3} \qquad (8)$$

$$t_{0v} = \sqrt{\frac{{t_{0z}}^2 \cdot x^3}{d^3}}$$

če je: t_{0z} obhodni čas Zemlje
t_{0v} obhodni čas Venere
d srednja oddaljenost Zemlje od Sonca
x srednja oddaljenost Venere od Sonca

Tretji Keplerjev zakon sicer dopušča enačenje sorazmernosti s katerimkoli planetom v našem Osončju, toda izmed vseh najbolje poznamo podatka za Zemljo. Srednjo oddaljenost od Sonca smo že predhodno zaokrožili na $1{,}5 \cdot 10^8$ km. Podatek obhodnega časa Zemlje pa ne predstavlja nič drugega kot dolžina enega leta. Prav vsak izmed nas ve, da običajno leto šteje 365 dni, toda v našem izračunu nas ne zanima koledarska dolžina leta, temveč čas, ki je potreben, da Zemlja napravi točno en obhod okoli Sonca. Ker je skoraj vsako četrto leto prestopno, ko leto šteje 366 dni, je v našem računu smiselno upoštevati obhodni čas Zemlje kot 365,25 dni. (Emmerich in Melchert, 2006, str. 41)

2.7. Naklon Venerinega tira

Že v poglavju 2.2. sem omenil, da je ravnina Venerinega tira glede na ravnino Zemljine orbite nekoliko nagnjena. Posledica naklona tira pa je, da se Venera po nebu ne giblje po ekliptiki. Venera prečka ekliptiko le dvakrat v svojem obhodnem času okoli Sonca. Takrat govorimo o dvižnem oziroma spustnem vozlu (Prosen, 2004, str. 150-151).

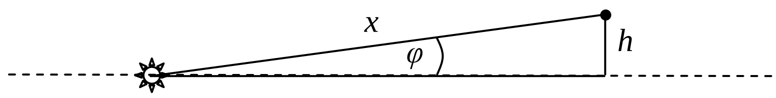
Naklon tira je mogoče zelo preprosto določiti, če izmerimo največjo oddaljenost Venere od ekliptike. Namerjena oddaljenost v stopinjah je istočasno tudi nagnjenost tira, seveda pa moramo pri tem upoštevati še njeno trenutno oddaljenost od Zemlje. Slednjo lahko izračunamo, saj vemo, kdaj se je nahajala v največji zahodni elongaciji. Nato pa s pomočjo znanih obhodnih časov izračunamo, kje se nahaja danes. Težava pa je v tem, da ne vemo kdaj je Venera od ekliptike najbolj oddaljena in da ne vemo, kje točno na nebu ekliptika poteka.

Ker vemo, da je Venerin tir nagnjen za 3,4° (Emmerich in Melchert, 2006, str. 34), Venera nikoli ne more biti od ekliptike oddaljena za več kakor 9,5°. To se zgodi, če je Venera v apoapsidi oziroma periapsidi ob notranji konjunkciji. Če se Venera nahaja v periapsidi, je najvišje nad ravnino Zemljine orbite. Obratno, se najbolj pod ravnino Zemljine orbite nahaja v apoapsidi. Ker omenjeni točki ležita na zveznici, ki prebada Sonce, lahko sklepamo, da se Venera od ekliptike najbolj oddalji vsako polovico obhodnega časa. V poglavju 4.2. sem izračunal obhodni čas, ki znaša 227 dni. Po opravljenem deljenju ugotovimo, da je meritve oddaljenosti možno izvajati le približno vsakih 113 dni.

Naklon tira lahko izračunamo ob pomoči slike 6.

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{h}{x}\right) = \arcsin\left(\frac{\tan(|\delta_v - \delta_s|)\cdot y}{x}\right) \qquad (9)$$

če je: φ naklon Venerinega tira
x oddaljenost Venere od Sonca
h oddaljenost Venere od ravnine Zemljine orbite
y oddaljenost Venere od Zemlje
δ_v deklinacija Venere
δ_s deklinacija Sonca (na dan: enačba (11))



• – Venera
- - – ravnina Zemljine orbite
x – oddaljenost od Sonca
h – oddaljenost od ravnine Zemljine orbite
φ – naklon Venerinega tira

Slika 6: Položaj Venere v periapsidi oz. apoapsidi, glede na ravnino Zemljine orbite.

Seveda bomo v enačbi (9) dobili smiseln rezultat samo, če upoštevamo δ_V ob dnevu, ko se Venera nahaja v periapsidi ali apoapsidi, ter če upoštevamo δ_S ob dnevu, ko bi Sonce bilo najbližje takratni poziciji Venere. Če bi se na primer Venera v periapsidi nahajala blizu zvezde Regul, bi na ta dan izmerili δ_V. Nato bi morali čakati nekaj mesecev, da pride Sonce čim bližje Regulu in mu takrat izmeriti deklinacijo. Kdaj se Sonce najbolj približa nebesnim koordinatam Venere, lahko izračunamo iz razlike rektascenzij na dan, ko je Venera v apoapsidi oziroma v periapsidi. Že v enačbi (4) sem pokazal kako lahko izračunamo razliko rektascenzij (r). Iz razlike rektascenzij nato lahko sklepamo kdaj bo Sonce doseglo enako rektascenzijo, kot jo je Venera imela v periapsidi oziroma apoapsidi. Celotna ekliptika meri 360°, ta kot pa Sonce opiše v enem letu. To pomeni, da vsaka stopinja v razliki rektascenzij (r) na dan meritve Venere, predstavlja:

$$1^\circ \text{ ustreza } \frac{365{,}25}{360} = 1{,}01 \approx 1\,\text{dan} \tag{10}$$

Da pridobimo δ_S, moramo meritev δ_S opraviti čez d dni, če je razlika v rektascenzijah enaka d stopinj. Kadar je na dan meritve Venere elongacija vzhodna, je razlika rektascenzij Venere in Sonca pozitivna, kar pomeni, da meritev opravimo čez d dni. Kadar pa je na dan meritve Venere elongacija zahodna, je razlika rektascenzij negativna, kar pomeni, da bi meritev δ_S. morali izvesti pred d dnevi, oziroma je d negativen:

$$\text{dan meritve Venere} + d \text{ dni} \tag{11}$$

Seveda obstaja za pridobitev δ_S elegantnejši, predvsem pa hitrejši način od meritve. Pomagamo si lahko z grafom 1, iz katerega odčitamo Sončevo deklinacijo. Če je elongacija na primer zahodna, pomeni, da iz grafa 1 razberemo δ_S tako, da se od dneva meritve Venerine deklinacije pomaknemo za d dni v levo. Pri tej metodi ocenjujem, da lahko z natančnim odčitavanjem določimo δ_S največ na stopinjo natančno. Za natančnejši izračun nagnjenosti tira moramo na izračunan datum δ_S izmeriti.

Izračunati je še treba, kdaj se Venera nahaja v periapsidi oziroma apoapsidi. Iz grafa 1 je vsaj en možni dan merjenj jasno razviden. V prvi polovici maja 2007 (12. oz.13. 5.) se δ_V prične manjšati mesec dni pred Soncem. To pomeni, da se je Venera takrat nahajala v periapsidi. Če dobljenemu datumu prištejemo $k \cdot 113$ dni (k je celo število), bo izračunan datum ponovno primeren za meritve.

Za dokončen izračun naklona Venerinega tira (enačba (9)), moramo poznati še oddaljenost Venere od Zemlje (y). Ker vemo kdaj se je Venera nahajala v največji elongaciji, lahko oddaljenost od Zemlje izračunamo s pomočjo znanih obhodnih časov Venere in Zemlje. Zgled je v poglavju 4.4.

2.8. Določanje premera Venere

Za katerokoli telo, nebesno ali zemeljsko, velja, da mu lahko izračunamo premer, če poznamo njegovo oddaljenost in zorni kot, pod katerim to telo vidimo. Do tega trenutka ne poznamo nobenega izmed omenjenih potrebnih podatkov za izračun Venerinega premera.

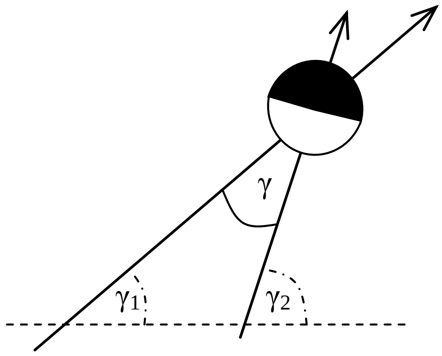
Izračun Venerine oddaljenost od Zemlje lahko zelo preprosto izračunamo z uporabo kotnih funkcij, s pomočjo slike 3.

$$x_z = d \cdot \cos \varepsilon$$ če je: x_z oddaljenost Venere od Zemlje

Seveda moramo v zgornjo enačbo vstaviti elongacijo, kakršno ima Venera ob konfiguraciji največje elongacije. Ker smo elongacijo s pomočjo lastnih meritev že sami izračunali v enačbi (5), lahko v zgornjo enačbo vstavimo lasten rezultat. Podatek oddaljenosti Zemlje od Sonca pa, kot že rečeno, nadomestimo z zaokroženo vrednostjo astronomske enote.

Da lahko Veneri določimo premer, moramo vedeti, pod kakšnim zornim kotom jo vidimo. Sam sem zorni kot Venere določil s pomočjo merjenja časa prehajanja preko roba okularja, medtem ko sem pri meritvi, opisani v poglavju 2.4., čakal na vzid Sonca. Pri meritvah z Newtonovim teleskopom 203x800, sem uporabil 12,5 mm okular, kar predstavlja (800:12,5) 64-kratno povečavo. Uporaba tega okularja je predstavljala optimalno razmerje med povečavo in ostrino slike. Če bi pri opazovanju Venere uporabil okular večje povečave, slika ne bi bila več tako jasna, če pa bi uporabil manjšo povečavo, bi opazovanje oteževala majhnost Venere. Čas prehajanja Venere za rob okularja sem izvedel tako, da sem ob stiku Venerine ploskvice z robom sprožil štoparico. Med merjenjem časa seveda nisem smel premikati teleskopa. Ko je Venerina ploskvica izginila za rob okularja, sem štoparico izključil. Ker je namerjeni čas zelo kratek (okoli 1 s), je lahko napaka meritev zelo velika. Da bi napako zmanjšal, sem meritev opravil 10-krat in kasneje pri izračunu upošteval povprečno vrednost meritev. Ker meritev časa prehajanja ploskvice zahteva prehajanje za ravnino, je vredno omeniti, da rob okularja ni ravnina, temveč krog, ki pa je v primerjavi s krogom Venerine ploskvice neprimerljivo večji. Zelo majhna ukrivljenost roba okularja v primerjavi s ploskvico pa pomeni, da je rob okularja skoraj ravnina. Pri prehajanju sem moral tudi poskrbeti, da je Venera prehajala rob okularja pod pravim kotom, kar sem dosegel tako, da sem pred vsako izmed 10-ih meritev Venero postavil na sredo okularja.

Namerjeni čas seveda še ni uporaben v izračunu Venerinega zornega kota. Kot prvo, je ob merjenju časa prehajanja ploskvice osvetljena le polovica Venerinega površja (prvi oz. zadnji krajec). Zaradi tega dejstva, bi morali namerjeni čas podvojiti. In kot drugič, vpliva na čas prehajanja ploskvice tudi kot med smerjo osvetlitve in smerjo gibanja Venere. Ker svetloba prihaja s Sonca, lahko smer osvetlitve narišemo v smeri elongacije. In ker je smer gibanja Venere vzporedna z nebesnim ekvatorjem, je kot med osvetlitvijo Venere in njenim gibanjem istočasno tudi kot med nebesnim ekvatorjem in elongacijo (slika 7). Kot ne bi vplival na čas prehajanja ploskvice samo takrat, kadar bi znašal 0°. To pa bi se zgodilo natanko takrat, kadar bi bili deklinaciji obeh teles enaki. V nasprotnem primeru moramo kot izračunati in ga upoštevati pri času prehajanja ploskvice čez rob okularja.



γ_1 – kot med obzorjem in smerjo gibanja
γ_2 – kot med obzorjem in smerjo osvetlitve (zveznica Venera-Sonce)
γ – kot med smerjo gibanja in smerjo osvetlitve

Slika 7: Smer osvetlitve Venere, glede na njeno gibanje ob največji zahodni elongaciji.

Da izračunamo kot γ, moramo poznati kota smeri gibanja in osvetlitve, glede na vodoravnico, saj je γ razlika omenjenih kotov. Kot, ki ga smer gibanja oklepa z vodoravnico, ni težko pridobiti, saj je gibanje vzporedno z nebesnim ekvatorjem. Nebesni ekvator z vodoravnico (matematičnim horizontom) oklepa komplementarni kot naše geografske širine φ.

$$\gamma_1 = 90° - \varphi$$

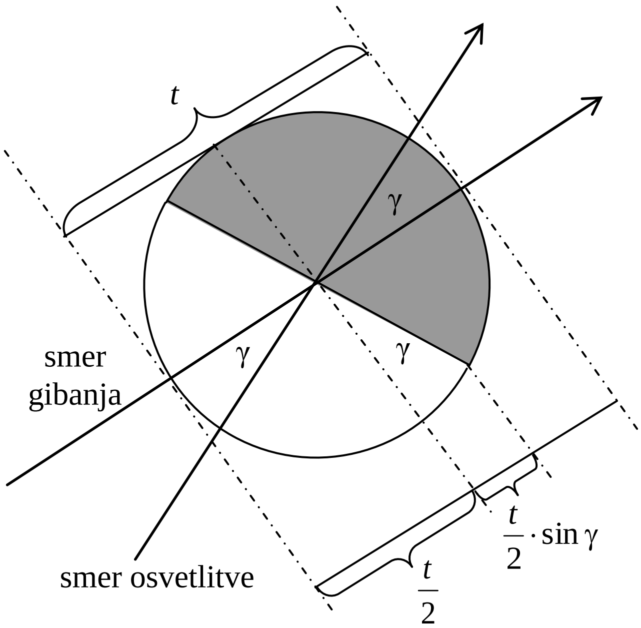
Večje težave imamo pri izračunu kota med smerjo osvetlitve in vodoravnico. Iz slike 4 je razvidno, da je ta kot možno izračunati iz pravokotnega trikotnika, kjer je hipotenuza Venerina elongacija, razlika v rektascenziji pa je priležna kateta. Ker smo oba podatka izračunali že v enačbah (4) in (5), ju preprosto vstavimo v trigonometrijsko enačbo, temu pa prištejemo še komplementarni kot naše geografske širine φ:

$$\gamma_2 = \arccos\left(\frac{r}{\varepsilon}\right) + 90° - \varphi$$

Iz posamičnih kotov lahko izračunamo kot med smerjo gibanja Venere in smerjo osvetlitve:

$$\begin{aligned}\gamma &= \gamma_2 - \gamma_1 = \\ &= \left(\arccos\left(\frac{r}{\varepsilon}\right) + 90° - \varphi\right) - (90° - \varphi) = \\ &= \arccos\left(\frac{r}{\varepsilon}\right)\end{aligned} \qquad (12)$$

Z izračunanim kotom se lahko lotimo pretvarjanja izmerjenega časa v čas, ki bi ustrezal prehajanju Venerine ploskvice ob polni osvetlitvi. Ker je hitrost gibanja Venere na nebu konstantna, je njen premer premo sorazmeren s časom prehajanja ploskvice:



Slika 8: Vpliv kota med smerjo osvetlitve in smerjo gibanja na čas prehajanja ploskvice čez rob okularja.

Razmerje med namerjenim časom prehajanja Venerine ploskvice čez rob okularja je razviden iz slike 8:

$$\frac{t}{t_m} = \frac{1}{0{,}5 + 0{,}5 \cdot \sin\gamma}$$

če je: t_m čas, ki smo ga izmerili

sledi

$$t = \frac{2 \cdot t_m}{1 + \sin\gamma}$$

Ko tako izračunamo čas, v katerem bi čez rob okularja prešel tudi neosvetljeni del Venerinega površja, ga lahko uporabimo v enačbi za izračun Venerinega zornega kota:

$$\alpha = t \cdot \omega \cdot \cos\delta_v$$

Zorni kot pa lahko uporabimo v izračunu Venerinega premera:

$$D = 2 \cdot x_z \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \qquad (13)$$

2.9. Aplikacija na ostalih planetih

V našem Osončju se poleg Zemlje nahaja še sedem drugih planetov. Eden izmed njih se imenuje Venera. V svoji raziskovalni nalogi sem se odločil za Venero iz dveh poglavitnih razlogov. Venera je prvič planet, ki je Soncu bližje kakor Zemlja, in drugič, ima zelo majhno ekscentričnost tira. Navedeno omogoča, da lahko opravimo vse obravnavane meritve in izračune. Naj spomnim, da smo Veneri uspeli določiti (srednjo) oddaljenost od Sonca, obhodni čas, naklon tira in premer.

Merkur, ki je prav tako kot Venera planet, ki je bližje Soncu kakor Zemlja, ima zelo veliko ekscentričnost orbite. (Emmerich in Melchert, 2006, str. 34-35). Navedeno sicer omogoča, da izmerimo največjo elongacijo in izračunamo trenutno oddaljenost od Sonca, toda zaradi velike sploščenosti orbite oddaljenosti ne moremo razglasiti za srednjo. Zaradi močno spremenljive oddaljenosti od Sonca prav tako ne bi mogli izračunati obhodnega časa. Iz znane trenutne oddaljenosti, bi s teleskopom lahko določili njegov premer. Prav tako bi lahko določili naklon tira.

Mars, Jupiter, Saturn, Uran in Neptun so planeti, ki so od Sonca bolj oddaljeni kakor Zemlja. Zaradi tega zanje ne obstaja konfiguracija največje elongacije, preko katere bi izmerili oddaljenost od Sonca. Zato pa obstaja konfiguracija opozicije. Za zunanji planet vemo, da je v opoziciji, kadar je časovna razlika med Soncem in planetom točno 12h. Torej se mora planet ob polnoči nahajati točno na jugu. Obhodni čas teh planetov bi lahko določili, če bi točno leto dni po opoziciji izmerili kot ($d°$), za katerega se je planet premaknil. (To lahko storimo z merjenjem razlike rektascenzije v primerjavi s prejšnjim letom. Kot lahko določimo tudi s paralakso, pri čemer si pomagamo s fotoaparatom.) Obhodni čas planeta bi bil v tem primeru:

$$t_0 = \frac{360°}{d°}$$

če je: $d°$ kot, za katerega se planet premakne v enem letu

Iz znanega obhodnega časa bi nato s pomočjo tretjega Keplerjevega zakona izračunali trenutno oddaljenost od Sonca. Ker imajo vsi zunanji planeti dokaj majhno ekscentričnost, bi lahko rezultate oddaljenosti razglasili za srednje oddaljenosti. Iz znane trenutne oddaljenosti bi lahko z znano metodo s teleskopom določili tudi premer. Ker sta Uran in Neptun preveč oddaljena, jima s teleskopom premera ne bi mogli določiti. Tudi naklona tira v zmernem času ne bi mogli določiti nobenemu izmed zunanjih planetov, razen Marsu, pri katerem bi meritev opravljali največ 343 dni, kolikor znaša polovica njegovega obhodnega časa (Emmerich in Melchert, 2006, str. 34-35). V tem času bi se namreč zagotovo pojavil v apoapsidi, oz periapsidi (poglavje 2.7.).

Tabela 1: Možnost opravljanja meritev in izračunov za posamezne podatke s predstavljenimi metodami.

	Merkur	Venera	Mars	Jupiter	Saturn	Uran	Neptun
x	X	✓	✓	✓	✓	✓	✓
t_0	X	✓	✓	✓	✓	✓	✓
φ	✓	✓	✓	X	X	X	X
D	✓	✓	✓	✓	✓	X	X

x – srednja oddaljenost od Sonca
t_0 – obhodni čas
φ – naklon tira
D - premer

3. Moj prispevek

Zamisel pretvarjanja izmerjenega časa med Venerinim in Sončevim prehodom obzorja v Venerino oddaljenost od Sonca je delo prof. Marijana Prosena. Idejo za mojo raziskovalno nalogo sem dobil na njegovem predavanju na astronomskem srečanju 7. Dnevi astronomije v Mariboru, 10. 5. 2007.

Moj prispevek k obravnavani temi je metoda natančnejšega preračunavanja izmerjenega časa med prehodoma obzorja v elongacijo. Pri tej pretvorbi sem namreč upošteval dejstvo, da na dan meritve Sonce in Venera nimata nujno enake deklinacije. S tem sem nadgradil Prosenovo metodo izračunavanja Venerine oddaljenosti od Sonca, kar doprinese k večji zanesljivosti rezultata. Meritve Venerine deklinacije, premera in naklona tira je moje lastno delo. Ker sem za izračun Venerinega obhodnega časa uporabil III. Keplerjev zakon, je slednje seveda delo Johannesa Keplerja.

Teoretične preizkuse sem tudi izvedel in s tem teorijo prenesel v prakso.

4. Sklep

4.1. Venerina oddaljenost od Sonca

- Lahko jo izračunamo ob konfiguraciji največje elongacije:

$$x = d \cdot \sin \varepsilon$$

- Elongacijo lahko določimo sami:

$$\varepsilon = \sqrt{r^2 + (\delta_v - \delta_s)^2}$$

$$r = l - \delta_v \cdot \tan(90° - \varphi) + \delta_s \cdot \tan(90° - \varphi)$$

$$l = \omega \cdot t$$

- Da elongacijo izračunamo, moramo izmeriti čas med Sončevim in Venerinim prehodom obzorja.
- δ_s pridobimo iz grafa 1 s podaljšano x osjo, δ_v pa preko priloženih fotografij.

- Lastni rezultat:

t = 241 min ± 1 min
φ = 46,5°
δ_s = -14°20′ ± 5′
δ_v = 3°30′ ± 10′
$d = 1{,}5 \cdot 10^8$ km
x = ?

$$l = \frac{15'}{\text{min}} \cdot 241\,\text{min} =$$
$$= 3615' = 60{,}3°$$
$$r = 60{,}3° - 3°30' \cdot \tan 43{,}5° - 14°20' \cdot \tan 43{,}5° =$$
$$= 43{,}3°$$
$$\varepsilon = \sqrt{(43{,}3°)^2 + (3°30' + 14°20')^2} =$$
$$= 46{,}9°$$

$$x = 1{,}5 \cdot 10^8\,\text{km} \cdot \sin 46{,}9° =$$
$$= 1{,}094 \cdot 10^8\,\text{km} \pm 10^6\,\text{km}$$

4.2. Obhodni čas

- Uporabimo III. Keplerjev zakon:

$$\frac{{t_{0z}}^2}{d^3} = \frac{{t_{0v}}^2}{x^3}$$

$$t_{0v} = \sqrt{\frac{{t_{0z}}^2 \cdot x^3}{d^3}}$$

- Zakon sicer zahteva velike polosi oddaljenosti od Sonca, kar pa nadomestimo s srednjimi oddaljenostmi. Pri Veneri to smemo storiti, saj ima zelo majhno ekscentričnost orbite.

- Lastni rezultat:

t_{0z} = 365,25 dni
$d = 1{,}5 \cdot 10^8$ km
$x = 1{,}094 \cdot 10^8$ km ± 10^6 km
t_{0v} = ?

$$t_{0v} = \sqrt{\frac{(365{,}25\,\text{dni})^2 \cdot (1{,}094 \cdot 10^8\,\text{km})^3}{(1{,}5 \cdot 10^8\,\text{km})^3}} =$$
$$= 227\,\text{dni} \pm 4\,\text{dni}$$

4.3. Premer

- Premer izračunamo po enačbi:

$$D = 2 \cdot x_z \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$
$$x_z = d \cdot \cos\varepsilon$$
$$\alpha = t \cdot \omega \cdot \cos\delta_v$$
$$t = \frac{2 \cdot t_m}{1 + \sin\gamma}$$
$$\gamma = \arccos\left(\frac{r}{\varepsilon}\right)$$

- Da izračunamo premer, moramo izmeriti čas prehajanja Venerine ploskvice čez rob okularja, kar sem izvedel s teleskopom in štoparico.

- Lastni rezultat:
  r = 43,3° ± 0,5°
  ε = 46,9° ± 0,5°
  t_m = 1,05 s ± 0,05 s
  δ_v = 3°30′ ± 10′
  $d = 1{,}5 \cdot 10^8$ km
  D = ?

$$\gamma = \arccos\left(\frac{43{,}3°}{46{,}9°}\right) =$$
$$= 22{,}6°$$
$$t = \frac{2 \cdot 1{,}05\text{s}}{1 + \sin 22{,}6°} =$$
$$= 1{,}52\text{s}$$
$$\alpha = 1{,}52\text{s} \cdot \frac{15''}{\text{s}} \cdot \cos 3°30' =$$
$$= 22{,}7''$$
$$x_z = 1{,}5 \cdot 10^8\,\text{km} \cdot \cos 46{,}9° =$$
$$= 1{,}025 \cdot 10^8\,\text{km}$$

$$D = 2 \cdot 1{,}025 \cdot 10^8\,\text{km} \cdot \tan\left(\frac{22{,}7''}{2}\right) =$$
$$= 1{,}13 \cdot 10^4\,\text{km} \pm 1{,}2 \cdot 10^3\,\text{km}$$

4.4. Naklon tira

- Kot Venera-Zemlja-ekliptika znaša:

$$\gamma = \left|\delta_v - \delta_s\right|$$

- δ_v ob periapsidi ali apoapsidi Venere; δ_s takšna, kot jo ima Sonce, ko se najbolj približa takratnim nebesnim koordinatam Venere (dan meritve Sončeve deklinacije izračunamo preko razlike rektascenzij, kjer vsaka stopinja predstavlja en dan).
- Z znanimi obhodnimi časi določimo oddaljenost Venere od Zemlje.
- Venera je v apoapsidi oz. periapsidi od ravnine naše orbite oddaljena:

$$h = y \cdot \tan\gamma$$

- Z znano višino lahko izračunamo naklon Venerinega tira:

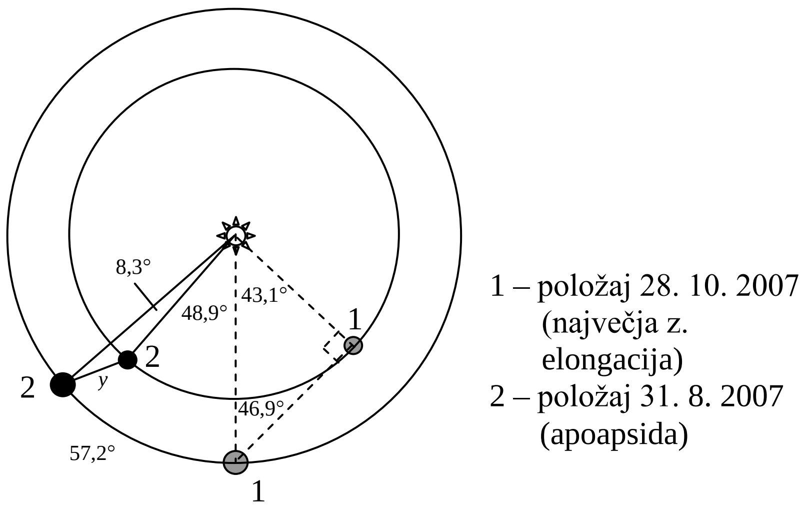
$$\varphi = \arcsin\left(\frac{h}{x}\right) =$$

$$= \arcsin\left(\frac{\tan(|\delta_v - \delta_s|)\cdot y}{x}\right)$$

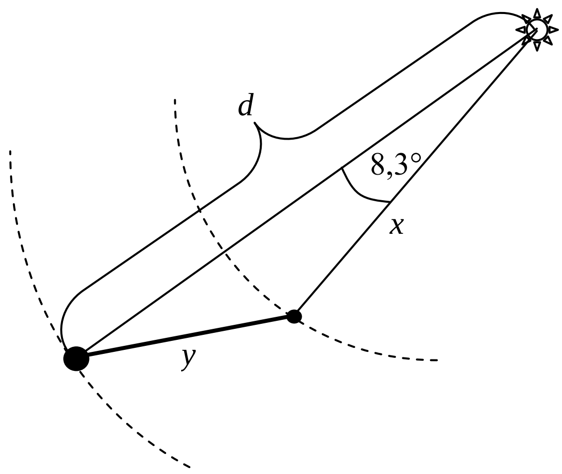
- Lastni rezultat:

  $\delta_{v(31.8.2007)} = 7°55' \pm 10'$
  $\delta_{s(10.8.2007)} = 15°35' \pm 5'$
  $x = 1{,}094\cdot10^8$ km $\pm$ 10^6 km
  $\underline{d = 1{,}5\cdot10^8 \text{ km}}$
  y = ?
  φ = ?

Izračun y:
28. 10. je Venera bila v največji zahodni elongaciji.
31. 8. se Venera nahaja (58/227)·360° v smeri urinega kazalca glede na z. elongacijo.
31. 8. se Zemlja nahaja (58/365)·360° v smeri urinega kazalca glede na z. elongacijo.



Slika 9: Položaji nebesnih teles.



Slika 10: Povečana slika položaja 2 (slika 9). Za večjo nazornost je kot pretiran.

Oddaljenost Venere od Zemlje lahko izračunamo s pomočjo kosinusnega izreka:

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{x^2 + d^2 - 2xd\cos\varphi} = \\ &= \sqrt{\left(1{,}094\cdot 10^8\,\text{km}\right)^2 + \left(1{,}5\cdot 10^8\,\text{km}\right)^2 - 2\cdot 1{,}094\cdot 10^8\,\text{km}\cdot 1{,}5\cdot 10^8\,\text{km}\cdot\cos 8{,}3^\circ} = \\ &= 4{,}46\cdot 10^7\,\text{km} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h &= 4{,}46\cdot 10^7\,\text{km}\cdot\tan\left(\left|7^\circ 55' - 15^\circ 35'\right|\right) = \\ &= 6{,}0\cdot 10^6\,\text{km} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi &= \arcsin\left(\frac{6{,}0\cdot 10^6\,\text{km}}{1{,}094\cdot 10^8\,\text{km}}\right) = \\ &= 3{,}1^\circ \pm 0{,}5^\circ \end{aligned}$$

Odstopanja vseh rezultatov so izračunana z izbiro parametrov, ki dajo najbolj razlikujoč rezultat od izračunanega.

4.5. Venerina osebna izkaznica

Tabela 2: Podatki, kakršne sem pridobil izključno z lastnimi meritvami.

ime	Venera
srednja oddaljenost od Sonca	$(1{,}094\cdot 10^8 \pm 10^6)$ km
obhodni čas	(227 ± 4) Zemljinih dni
premer	$(1{,}13\cdot 10^4 \pm 1{,}2\cdot 10^3)$ km
naklon tira	3,1° ± 0,5°

5. Uporabljena literatura

EMMERICH, M., MELCHERT, S. 2006. Astronomija. Ljubljana: Založba narava.

G. U. 2007. Venera v spodnji konjunkciji. *Spika*, letnik 15, številka 7/8, str. 336.

MITTON, S., MITTON J. 1999. Astronomija. Radovljica: Didakta.

MOČNIK, T. 2007. Merjenje geografske širine z opazovanjem časa zahajanja Sonca. Raziskovalna naloga. Maribor: Mladi za napredek Maribora 2007.

Naše nebo, Astronomske efemeride 2007, 60. 2006. Ljubljana: DMFA.

Naše nebo, Astronomske efemeride 2008, 61. 2007. Ljubljana: DMFA.

PROSEN, M. 1978. Astronomska opazovanja. *Presek*, 5, str. 226-287.

PROSEN, M. 2004. Leksikon astronomije. Ljubljana: Mladinska knjiga.

Spika, 2007a, letnik 15, številka 9, str. 387.

Spika, 2007b, letnik 15, številka 10, str. 435.

Wikipedija. *Elongacija*. [elektronski vir]. Dostopno na URL naslovu: http://sl.wikipedia.org/wiki/Elongacija [Citirano 27. 12. 2007, 16:43].

Wikipedija. *Venera*. [elektronski vir]. Dostopno na URL naslovu: http://sl.wikipedia.org/wiki/Venera [Citirano 28. 12. 2007, 18:17].

6. Priloga

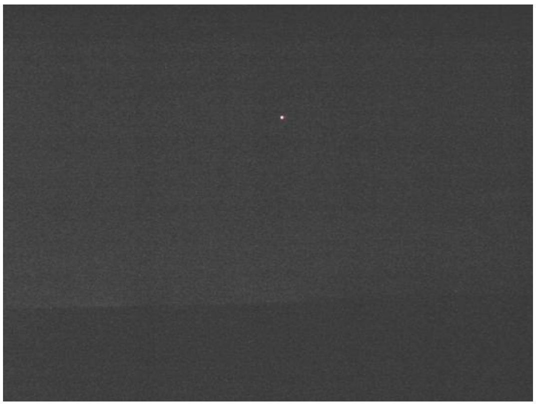
Raziskovalni nalogi prilagam fotografije, ki jih v poglavju 2.5. potrebujemo za določitev Venerine deklinacije. Vse fotografije sem posnel 1. 11. 2007.

Opazovališče: 46°23'15"S, 15°41'41"V, azimut 283°.

Fotografija 1: Venera (2:50)
ISO 400, ekspozicija: 0,5s. (vir: avtor)

Fotografija 2: Venera (3:00)
ISO 400, ekspozicija: 0,5s. (vir: avtor)

Fotografija 3: Venera (3:35)
ISO 400, ekspozicija: 0,5s. (vir: avtor)

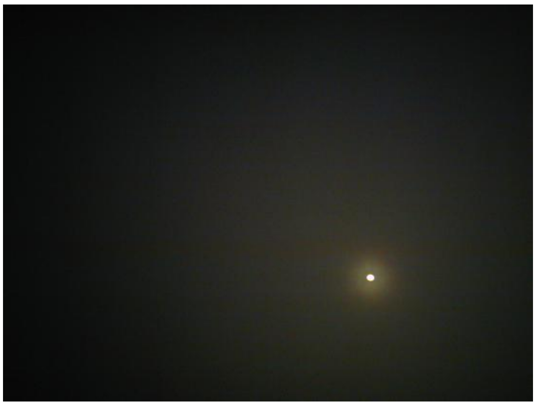


Fotografija 4: Venera (4:35)
ISO 400, ekspozicija: 0,5s. (vir: avtor)

Fotografija 5: Venera (5:15)
ISO 400, ekspozicija: 0,5s. (vir: avtor)

Fotografija 6: Venera (5:20)
ISO 400, ekspozicija: 0,5s. (vir: avtor)

Fotografija 7: Sonce (6:45)
ISO 200, ekspozicija: 0,067s. (vir: avtor)



Fotografija 8: Sonce (6:55)
ISO 200, ekspozicija: 0,02s. (vir: avtor)

Fotografija 9: Sonce (7:08)
ISO 100, ekspozicija: 0,02s. (vir: avtor)

Fotografija 10: Sonce (7:20)
ISO 100, ekspozicija: 0,013s. (vir: avtor)

Fotografija 11: Sonce (7:30)
ISO 100, ekspozicija: 0,01s. (vir: avtor)

Pri fotografijah [7-11] sem pred objektiv fotoaparata, kot improvizirani filter, postavil potemnjeni del rentgenske slike. Brez filtra bi bilo Sončevo bleščanje premočno in ne bi mogel razbrati središča Sončeve ploskvice.

Fotografija 12: Obzorje (6:40)
ISO 200, ekspozicija: 0,005s. (vir: avtor)

Fotografija 13: Združitev fotografij [1-12]